



# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Другий (магістерський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>121 Інженерія програмного забезпечення</i>
Освітня програма	<i>Інженерія програмного забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 рік навчання, 2 семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Лекції: 36 год., лабораторні заняття: 18 год, самостійна робота: 96 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Іспит, модульна контрольна робота, календарний контроль</i>
Розклад занять	<i>Згідно розкладу на весняний семестр поточного навчального року (rozklad.kpi.ua)</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.т.н., доцент, Онай Микола Володимирович, onay@pzks.fpm.kpi.ua Лабораторні заняття: к.т.н., доцент, Онай Микола Володимирович, onay@pzks.fpm.kpi.ua</i>
Доступ до курсу	<i>Google classroom. Доступ надається зареєстрованим студентам.</i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

*Вивчення дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» дозволяє сформуванню у студентів компетенції, необхідні для розв'язання практичних задач професійної діяльності, пов'язаної з розв'язання складних економіко-математичних моделей.*

*Дисципліна «Математичне моделювання систем і процесів» забезпечує успішне виконання магістерської дисертації та засвоєння знань при виконанні індивідуальних завдань, при продовженні навчання в аспірантурі з різноманітних природничо-наукових дисциплін.*

***Метою** вивчення дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» є формування у здобувачів освіти здатності будувати та ефективно застосовувати економіко-математичні моделі, проводити аналіз побудованої математичної моделі, розв'язувати задачі, що виникають в процесі моделювання методами лінійного, нелінійного, динамічного програмування та чисельні методи оптимізації.*

***Предметом** дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» є методи побудови математичних моделей та розв'язання оптимізаційних задач.*

Після засвоєння дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» **результатами навчання є:**

**уміння:**

- будувати математичні моделі реальних систем та процесів;
- проводити аналіз адекватності математичної моделі;
- будувати та проводити багатокритеріальний аналіз моделей механічних систем, моделей зростання населення, конкуренції та взаємодії популяції;
- обґрунтовувати вибір комп'ютерних засобів для побудови математичної моделі;
- застосовувати методи лінеаризації для спрощення моделей, що описуються нелінійними системами диференціальних рівнянь

**досвід:**

- побудови математичні моделі реальних систем та процесів;
- проведення аналізу адекватності математичної моделі;
- застосування методів лінеаризації для спрощення моделей, що описуються нелінійними системами диференціальних рівнянь.

Дисципліна «Математичне моделювання систем і процесів» підсилює

**ФК07** Здатність критично осмислювати проблеми у галузі інформаційних технологій та на межі галузей знань, інтегрувати відповідні знання та розв'язувати складні задачі у широких або мультидисциплінарних контекстах;

та сприяє форуванню

**ПРН10** Модифікувати існуючі та розробляти нові алгоритмічні рішення детального проектування програмного забезпечення.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Успішному вивченню дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» передую вивчення дисципліни «Методологія інженерії програмного забезпечення» навчального плану підготовки магістрів за спеціальністю 121 Інженерія програмного забезпечення.

Отримані в результаті засвоєння дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» теоретичні знання та практичні уміння можуть бути корисні для проведення наукових досліджень за темою дисертації.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

Дисципліна «Математичне моделювання систем і процесів» передбачає вивчення таких тем:

Тема 1. Загальні положення та основні поняття математичного моделювання

Тема 2. Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями першого порядку

Тема 3. Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями вищих порядків

Тема 4. Математичні моделі, що описуються системами диференціальних рівнянь

Тема 5. Аналіз систем диференціальних рівнянь та моделей, що описуються системами диференціальних рівнянь

Модульна контрольна робота

Залік

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова література:

1. Павленко П. М., Філоненко С. Ф., Чередніков О. М., Трейтяк В. В. Математичне моделювання систем і процесів: навч. посіб. – К. : НАУ, 2017. – 392 с.
2. Бахрушин В.Є. Математичні основи моделювання систем: Навчальний посібник для студентів. - Запоріжжя: Класичний приватний університет, 2009. - 224 с.
3. Ю.П. Зайченко. Дослідження операцій. Підручник. Сьоме видання, перероблене та доповнене. – К.: Видавничий Дім “Слово”, 2006. – 816 с.
4. Зайченко О.Ю., Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Збірник задач. – К.: Видавничий дім “Слово”, 2007. – 472 с.
5. Кутковецький В.Я. Дослідження операцій: Навчальний посібник. – Київ: Вид-во ТОВ “Видавничий дім “Професіонал”, 2004. – 350 с.
6. Ржевський С.В., Александрова В.М. Дослідження операцій: Підручник. – К.: Академвидав, 2006. – 560 с. (Альма-матер)
7. Катренко А.В. Дослідження операцій: підручник. – Львів: МагноліяПлюс, 2004. – 549 с.

##### Додаткова література:

1. Tomas Witelski, Mark Bowen *Methods of Mathematical Modelling: Continuous Systems and Differential Equations* Springer, 2015
2. Edward A. Bender *An Introduction to Mathematical Modeling* 272 pages
3. Milton Abramowitz & Irene A. Stegun *Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* 1059 pages

#### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Тип навчального заняття	Опис навчального заняття
Тема 1. Загальні положення та основні поняття математичного моделювання		
1	Лекція 1. Класифікація математичних моделей та їх властивості	Фізичні та математичні моделі. Пряма та зворотна задача моделювання. Задача ідентифікації. Задача синтезу. Моделі із зосередженими та розподіленими параметрами. Лінійні та нелінійні моделі. Стаціонарні та нестаціонарні системи. Детерміновані та стохастичні математичні моделі. Неперервні та дискретні математичні моделі. Функціональні та структурні математичні моделі. Аналітичні та імітаційні математичні моделі. Адекватність, простота/складність, потенціальність математичної моделі. Аналіз вимірності. Перевірка порядків та характеру залежностей. Дослідження граничних випадків. Перевірка замкнутості та коректності математичної задачі.
2	Лекція 2. Контроль правильності математичних моделей	Адекватність, простота/складність, потенціальність математичної моделі. Аналіз

		вимірності. Перевірка порядків та характеру залежностей. Дослідження граничних випадків. Перевірка замкнутості та коректності математичної задачі.
3	Лекція 3. $\delta$ -функція Дірака та функція Хевісайда	Одиничний імпульс та одиничний перепад. Функція дзвоноподібного типу. Визначення $\delta$ -функції Дірака. Виведення основних властивостей $\delta$ -функції Дірака. Імпульсна характеристика системи. Функція Хевісайда. Основні властивості функції Хевісайда та її зв'язок з $\delta$ -функцією Дірака. Перехідна характеристика системи.
4	Лабораторне заняття 1	Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями першого порядку: знайти аналітичні та чисельні розв'язки диференціальних рівнянь, що пропонуються
5	Лекція 4. Елементи теорії похибок	Класифікація похибок: похибка задачі, похибка метода, обчислювальна похибка. Абсолютна похибка. Відносна похибка. Граничні похибки. Похибки виконання арифметичних операцій. Поняття та приклад нестійкої задачі. Обумовленість задачі. Зворотна задача теорії похибок. Статистичні підходи до врахування похибок. Похибки машинної арифметики.
6	Лекція 5. Технологія моделювання	Формулювання проблеми та змістова постановка задачі. Побудова концептуальної та математичної моделі. Вибір методу розв'язання математичної задачі. Програмна реалізація моделі на ЕОМ. Перевірка адекватності моделі. Організація та планування проведення експериментів. Інтерпретація результатів моделювання та прийняття рішень. Оформлення результатів дослідження.
7	Лабораторне заняття 2	Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями першого порядку: знайти аналітичні та чисельні розв'язки диференціальних рівнянь, що пропонуються: побудувати поле напрямків та інтегральні криві, побудувати математичну модель, заданого за варіантом, процесу
Тема 2. Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями першого порядку		
8	Лекція 6. Загальні відомості про диференціальні рівняння та методи їх розв'язання	Звичайні диференціальні рівняння та диференціальні рівняння в часткових похідних. Поле напрямків, яке задає диференціальне рівняння. Визначення ізоклін диференціального рівняння. Розв'язання диференціальних рівнянь системами комп'ютерної математики.

		Математичні моделі для задач на суміші. Математичні моделі коливання температур.
9	Лекція 7. Точки рівноваги розв'язків диференціального рівняння та їх стійкість	Стаціонарні точки диференціальних рівнянь. Рівноважний розв'язок диференціального рівняння. Стійкість та асимптотична стійкість точки рівноваги.
10	Лабораторне заняття 3	Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями вищих порядків: знайти аналітичні та чисельні розв'язки диференціальних рівнянь вищих порядків, що пропонуються; побудувати поле напрямків та інтегральні криві
11	Лекція 8. Моделі зростання населення та збір врожаю в логістичній популяції	Модель Мальтуса. Модель Ферхюльста-Пірла. Потенціальна ємність екологічної системи. Фазова діаграма логістичного рівняння. Аналіз точок рівноваги диференціальних рівнянь, що описують моделі зростання населення. Аналіз параметрів моделі збору врожаю в логістичній популяції. Фазова діаграма для логістичного рівняння зі збором врожаю. Побудова діаграми біфуркації для логістичного рівняння зі збором врожаю.
12	Лабораторне заняття 4	Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями вищих порядків: дослідити точки рівноваги диференціальних рівнянь вищих порядків; побудувати математичну модель, заданої за варіантом, системи чи процесу
Тема 3. Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями вищих порядків		
13	Лекція 9. Однорідні та неоднорідні лінійні диференціальні рівняння вищих порядків	Фундаментальна система розв'язків. Загальний та частковий розв'язок. Функціональний визначник Вронського. Характеристичне рівняння. Многочлен від оператора. Класи задач, які зводяться до диференціальних рівнянь вищих порядків. Розв'язання диференціальних рівнянь вищих порядків за допомогою систем комп'ютерної математики. Однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків.
14	Лекція 10. Механічні коливання	Визначення сталої демпфування та коефіцієнту послаблення. Згасаючі та незгасаючі коливання. Вільні коливання. Гармонійні коливання. Критичне згасання. Надзгасання. Сильне демпфування. Вимушені коливання. Явище биття. Коефіцієнт пфдсилення. Явище резонансу. Поняття практичного резонансу. Відповідність між механічними та електричними системами.

15	<i>Модульна контрольна робота</i>	
<i>Тема 4. Математичні моделі, що описуються системами диференціальних рівнянь</i>		
16	<i>Лекція 11. Системи диференціальних рівнянь, а також задачі, які зводяться до розв'язання систем диференціальних рівнянь</i>	<i>Зведення системи диференціальних рівнянь до одного диференціального рівняння вищого порядку. Матричнозначна функція. Детермінант Вронського. Фундаментальна матриця лінійної однорідної системи. Визначення експоненціальної функції матриці. Розв'язок неоднорідної системи диференціальних рівнянь з використанням експоненціальної функції матриці. Приклади задач на суміші. Приклади задач в яких взаємодіють між собою група фізичних тіл. Поняття про власну моду коливань фізичної системи.</i>
17	<i>Лабораторне заняття 5</i>	<i>Аналіз математичних моделей, що описуються системами диференціальних рівнянь: знайти аналітичні та чисельні розв'язки систем диференціальних рівнянь, що пропонуються; побудувати поле напрямків та фазові портрети та провести їх аналіз</i>
<i>Тема 5. Аналіз систем диференціальних рівнянь та моделей, що описуються системами диференціальних рівнянь</i>		
18	<i>Лекція 12. Лінеаризація нелінійних систем диференціальних рівнянь</i>	<i>Фазова площина системи диференціальних рівнянь. Траєкторія системи. Фазовий портрет системи. Точки рівноваги систем диференціальних рівнянь. Автономна система диференціальних рівнянь.</i>
19	<i>Лекція 13. Класифікація точок рівноваги системи диференціальних рівнянь</i>	<i>Вироджений вузол-джерело. Сідлова точка. Дикритичний вузол. Фокус. Центр. Класифікація точок рівноваги системи з валсними числами матриці. Стійкість типу точок рівноваги до маленьких збурень. Поняття майже лінійної системи диференціальних рівнянь. Основні методи лінеаризації нелінійних систем диференціальних рівнянь.</i>
20	<i>Лабораторне заняття 6</i>	<i>Аналіз математичних моделей, що описуються системами диференціальних рівнянь: визначити тип взаємодії популяцій за запропонованою системи; побудувати математичну модель взаємодії популяцій, що задана за варіантом</i>
21	<i>Лекція 14. Аналіз фазових портретів та стійкості нелінійних систем</i>	<i>Порівняння траєкторії лінеаризованої та майже лінійної системи диференціальних рівнянь. Стійкий невироджений вузол. Фокус. Нестійка сідлова точка. Нестійкий невластний вузол. Стійкий фокус. Стійкий або нестійкий центр.</i>

22	Лекція 15. Узагальнені моделі Колмогорова	Трофічні та топічні види взаємодії. Симбіоз. Коменсалізм. Хижак-жертва. Аменсалізм. Конкуренція. Нейтралізм. Модель Гаузе. Модель Післоу. Модель Холінга.
23	Лабораторне заняття 7	Моделювання в системі Simulink: побудувати та дослідити Simulink-модель диференціального рівняння; побудувати та дослідити Simulink-модель системи диференціальних рівнянь
24	Лекція 16. Класична модель хижак-жертва	Рівняння Лоткі-Волтерра. Визначення типу стаціонарних точок моделі хижак-жертва. Фазовий портрет системи хижак-жертва. Інтегральна крива системи хижак-жертва. Періодичні коливання чисельності популяції хижака та жертви.
25	Лекція 17. Модель конкуренції	Модель Колмогорова. Внутрішньовидова та міжвидова конкуренція. Вплив внутрішньовидової конкуренції на модель Лоткі-Волтерра. Домінація внутрішньовидової конкуренції над міжвидовою. Домінація міжвидової конкуренції над внутрішньовидовою.
26	Лекція 18. Класифікація точок рівноваги моделі конкуренції	Лінеаризація системи, що описує модель конкуренції. Фазові портрети в околі кожної точки рівноваги системи, що описує конкуренцію. Поняття сепаратриси на фазовому портреті. Глобальний фазовий портрет та його аналіз.
27	Модульна контрольна робота	

## 6. Самостійна робота студента

Дисципліна «Математичне моделювання систем і процесів» ґрунтується на самостійній підготовці до аудиторних занять на теоретичні та практичні теми.

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин	Література
1	Підготовка до лекції №1	2	1-5
2	Підготовка до лекції №2	2	1-5
3	Підготовка до лекції №3	2	1-5
4	Підготовка до лабораторного заняття №1	2	1-5
5	Підготовка до лекції №4	2	1-5
6	Підготовка до лекції №5	2	1-5
7	Підготовка до лабораторного заняття №2	2	1-5
8	Підготовка до лекції №6	2	1-5
9	Підготовка до лекції №7	2	1-5
10	Підготовка до лабораторного заняття №3	2	1-5

11	Підготовка до лекції №8	2	1-5
12	Підготовка до лабораторного заняття №4	2	1-5
13	Підготовка до лекції №9	2	1-5
14	Підготовка до лекції №10	2	1-5
15	Підготовка до модульної контрольної роботи	8	1-5
16	Підготовка до лекції №11	2	2-7
17	Підготовка до лабораторного заняття №5	2	2-7
18	Підготовка до лекції №12	2	2-7
19	Підготовка до лекції №13	2	2-7
20	Підготовка до лабораторного заняття №6	2	2-7
21	Підготовка до лекції №14	2	2-7
22	Підготовка до лекції №15	2	2-7
23	Підготовка до лабораторного заняття №7	2	2-7
24	Підготовка до лекції №16	2	2-7
25	Підготовка до лекції №17	2	2-7
26	Підготовка до лекції №18	2	2-7
27	Підготовка до модульної контрольної роботи	8	2-7
28	Підготовка до іспиту	30	1-7

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- Відвідування лабораторних занять може бути епізодичним та за потреби захисту робіт.
- Правила поведінки на заняттях: активність, повага до присутніх, відключення телефонів.
- Дотримання політики академічної доброчесності.
- Правила захисту робіт комп'ютерного практикуму: роботи повинні бути зроблені згідно з варіантом здобувача освіти, що визначається псевдовипадково за генератором псевдовипадкових чисел ([www.random.org](http://www.random.org)) на початку семестру.
- Правила призначення заохочувальних та штрафних балів є наступними.

Заохочувальні бали нараховуються за:

- точні та повні відповіді під час опитувань за матеріалами лекцій. Протягом семестру на лекціях відбувається **бліц-опитування** за темами минулих лекцій. Максимальна кількість балів за блиц-опитування: 3 бали.
- творчий підхід у виконанні робіт комп'ютерного практикуму. Максимальна кількість балів за всі роботи – 2 бали.

Штрафні бали нараховуються за:

- плагіат (код програми не відповідає варіанту завдання, ідентичність коду програми серед різних робіт) у роботах комп'ютерного практикуму: -5 балів за кожну спробу.



## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Протягом семестру студенти виконують 7 лабораторних робіт. Максимальна кількість балів за кожну лабораторну роботу: 4 бали.

Бали нараховуються за:

- якість виконання комп'ютерного практикуму: 0-2 бали;
- відповідь на теоретичні запитання під час захисту комп'ютерного практикуму: 0-1 бали;
- своєчасне представлення роботи до захисту: 0-1 бали.

Критерії оцінювання якості виконання:

2 бал – робота виконана якісно, в повному обсязі;

0-1 балів – робота виконана не в повному обсязі, або містить суттєві помилки.

Критерії оцінювання відповіді:

1 бал – відповідь повна, добре аргументована;

0 балів – немає відповіді або відповідь неправильна.

Критерії оцінювання своєчасності представлення роботи до захисту:

1 бал – робота представлена до захисту не пізніше вказаного терміну;

0 балів – робота представлена до захисту пізніше вказаного терміну.

Максимальна кількість балів за виконання та захист лабораторних робіт:

4 бали × 7 лабораторних робіт = 28 балів.

Завдання на кожну **модульну контрольну роботу** складається з 3 запитань – 2 теоретичних та 1 практичного. Відповідь на кожне теоретичне запитання оцінюється 3 балами, а відповідь на практичне запитання оцінюється 5 балами.

Критерії оцінювання кожного теоретичного запитання контрольної роботи:

3 бали – відповідь правильна, повна, добре аргументована;

1-2 бали – у відповіді є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь неправильна.

Критерії оцінювання практичного запитання контрольної роботи:

5 бали – відповідь правильна, розрахунки виконані у повному обсязі;

3-4 бали – відповідь правильна, але не дуже добре підкріплена розрахунками;

1-2 бали – у відповіді є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь неправильна.

Максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу:

2 частини \* (3 балів × 2 теоретичні запитання + 5 балів × 1 практичне запитання) = 22 бали.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює:

$R_c = R_{\text{лаб. роб}} + R_{\text{МКР}} = 28 \text{ балів} + 22 \text{ балів} = 50 \text{ балів}$ .

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50 % (20 балів) від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до першої атестації.

На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50 % (35 балів) від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до другої атестації.

Семестровий контроль: **іспит**

Умови допуску до семестрового контролю:

Необхідною умовою допуску до виконання екзаменаційної роботи є виконання і захист комп'ютерного практикуму та семестровий рейтинг не менше 30 балів.

*Склад та критерії оцінювання екзаменаційної роботи:*

*Завдання на **екзаменаційну роботу** складається з 2 практичних запитань. Відповідь на кожне практичне запитання оцінюється 25 балами.*

*Критерії оцінювання практичного запитання контрольної роботи:*

*24-25 балів – відповідь правильна, розрахунки виконані у повному обсязі;*

*21-23 бали – відповідь правильна, але не дуже добре підкріплена розрахунками;*

*17-20 балів – в цілому відповідь правильна, але має недоліки;*

*12-16 балів – у відповіді є незначні помилки;*

*1-11 бали – у відповіді є суттєві помилки;*

*0 балів – немає відповіді або відповідь неправильна.*

*Максимальна кількість балів за екзаменаційну роботу:*

*25 балів × 2 практичних запитання = 50 балів.*

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Менше 30 або не виконані умови допуску	Не допущено

## **9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

*Перелік запитань, які виносяться на семестровий контроль.*

### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

Складено к.т.н., доц., Онай М.В.

Ухвалено кафедрою ПЗКС (протокол №8 від 25.01.2023)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол №6 від 27.01.2023)