



# МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. Частина 2.

## Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	121 Інженерія програмного забезпечення
Освітня програма	Інженерія програмного забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	1 рік підготовки, 2 семестр
Обсяг дисципліни	Лекції: 36 год., практичні заняття: 36 год., самостійна робота: 78 год.
Семестровий контроль	Екзамен, модульна контрольна робота, розрахунково-графічна робота, календарний контроль
Розклад занять	Згідно розкладу на перший і другий семестри поточного навчального року (rozklad.kpi.ua)
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., професор, Легеца Віктор Петрович <a href="mailto:legeza@pzks.fpm.kpi.ua">legeza@pzks.fpm.kpi.ua</a> Практичні заняття: к.ф.-м.н., доцент, Нещадим Олександр Михайлович, <a href="mailto:om.neshchadym@gmail.com">om.neshchadym@gmail.com</a>
Розміщення курсу	Другий семестр: <a href="https://classroom.google.com/w/MjY4ODc3OTMyOTMS/t/all">https://classroom.google.com/w/MjY4ODc3OTMyOTMS/t/all</a>

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» дозволяє сформувати у здобувачів освіти компетенції, необхідні для побудови **математичних моделей та алгоритмів** в процесі дослідження та розв'язання практичних задач природознавства та інформаційних технологій.

**Метою** вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» є формування у здобувача освіти здатностей до абстрактного мислення, самостійного аналізу та синтезу складних систем, а також вміння використовувати набуті фундаментальні знання на етапах постановки проблеми в математичній та символній формі з подальшою її алгоритмізацією і розробкою програмного забезпечення..

**Предметом** дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» є методи, техніки і технології математичного аналізу, які складають математичне забезпечення процесу розв'язування широкого кола задач, що належать галузі знань 12 «Інформаційні технології».

Вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» сприятиме формуванню у здобувачів освіти наступних загальних (ЗК) та фахових компетентностей (ФК):

ЗК01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК06 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ФК15 Здатність застосовувати фундаментальні і міждисциплінарні знання для побудови удосконалених алгоритмів пошуку;

ФК16 Здатність розробляти алгоритми реалізації методів статистичного аналізу даних;

ФК18 Здатність розробляти методи чисельного розв'язання математичних задач з використанням програмних засобів;

ФК20 Здатність застосовувати набуті фундаментальні математичні знання для розроблення методів обчислень при створенні мультимедійних та інформаційно-пошукових систем.

Вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» сприятиме формуванню у здобувачів освіти наступних програмних результатів навчання (ПРН) за ОП:

ПРН05 Знати і застосовувати відповідні математичні поняття, методи доменного, системного і об'єктно-орієнтованого аналізу та математичного моделювання для розроблення програмного забезпечення.

ПРН11 Вибирати вихідні дані для проєктування, керуючись формальними методами опису вимог та моделювання.

ПРН25 Знати і вміти використовувати фундаментальний математичний інструментарій при побудові алгоритмів та розробленні сучасного програмного забезпечення.

ПРН26 Вміти розробляти та використовувати методи і алгоритми наближеного розв'язання математичних задач при проєктуванні мультимедійних та інформаційно-пошукових систем.

ПРН27 Вміти використовувати методи статистичного аналізу даних.

ПРН28 Знати математичні та алгоритмічні основи комп'ютерної графіки та вміти їх застосовувати для розроблення мультимедійного програмного забезпечення.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Успішне вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» має забезпечуватися в рамках ґрунтовно засвоєного навчального матеріалу дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної», а також дисциплін «Лінійна алгебра та аналітична геометрія».

Отримані при засвоєнні дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» теоретичні знання та практичні уміння є необхідними для вивчення дисциплін «Теорія ймовірностей», «Математичне забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем», «Фізичні основи мультимедійних систем», «Алгоритмічне забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 121 Інженерія програмного забезпечення, а також дисципліни «Дослідження операцій та математичне програмування» та «Інформаційно-пошукові системи і сервіси» навчального плану підготовки наукових магістрів за ОНП «Інженерія програмного забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем».

## **3. Зміст навчальної дисципліни.**

Дисципліна «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» передбачає вивчення таких тем:

Тема 1. Границя, неперервність, диференційовність ФБЗ.

Тема 2. Застосування частинних похідних.

Тема 3. Диференціальні рівняння першого порядку.

Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Нормальні системи ДР.

Тема 5. Числові ряди. Ознаки збіжності.

Тема 6. Функціональні та степеневі ряди.

Модульна контрольна робота (МКР).

Екзамен

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова література

1. В.П.Легеза. Математичний аналіз: підручник. У 4-х томах. Т.1. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2019. – 336 с.
2. В.П.Легеза. Математичний аналіз: підручник. У 4-х томах. Т.2. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2020. – 396 с.
3. В.П.Легеза. Математичний аналіз: збірник задач. Навчальний посібник. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2018. – 240 с.
4. В.П.Легеза, О.М.Нещадим. Математичний аналіз: практикум. Навчальний посібник в 4-х част. Перша частина. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2022. – 216 с.
5. Дундученко Л.О., Ясінський В.В. Вища математика (у 2 томах). Т.1. – Сан-Франциско – Київ: НТУУ «КПІ» «Політехніка». – 2006, - 884 с.
6. Дундученко Л.О., Ясінський В.В. Вища математика (у 2 томах). Т.2. – Сан-Франциско – Київ: НТУУ «КПІ» «Політехніка». – 2007, - 648 с.
7. Ковальчук Б., Шіпка Й. Математичний аналіз (навчальний посібник у 3-х частинах). Част. 1. – Львів, 2002, Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка. – 270 с.
8. Ковальчук Б., Шіпка Й. Математичний аналіз (навчальний посібник у 3-х частинах). Част. 2. – Львів, 2004, Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка. – 282 с.
9. Овчинников П.П., Яремчук Ф.Я., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник у 2-х частинах. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення. – К.: «Техніка», 2003. – 600 с.
10. Лавренчук В.П., Настасієв П.П., Мартинюк О.В., Кондур О.С. Вища математика. Загальний курс. Частина 2. Математичний аналіз і диференціальні рівняння. – Чернівці: Книги ХХІ ст., 2010. – 556 с.
11. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика (підручник у 2-х частинах). Частина 1. – К: «Либідь», 2010. – 592 с.
12. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика Вища математика (підручник у 2-х частинах). Частина 2. – К: «Либідь», 2010. – 496 с.
13. Електронний кампус НТУУ «КПІ». Легеза В.П. Матеріали з дисципліни «Математичний аналіз». – Режим доступу : <http://login.kpi.ua>
14. Google classroom: Практикум з математичного аналізу (другий семестр). <https://classroom.google.com/w/MjY4ODc3OTMyOTM5/t/all>
15. Dennis G, Zill. First Course in Differential Equations with Modelling Applications. Loyola Marymount University, Tenth Edition, 2012. <https://eduguidehome.files.wordpress.com/2019/02/a-first-course-in-differential-equations-10th-edition-by-dennis-g-zill.pdf>

##### Додаткова література

16. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник у 2-част. Частина перша. – К.: «Четверта хвиля», 2012. – 368 с.
17. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник у 2-част. Частина друга. – К.: «Четверта хвиля», 2014. – 368 с.
18. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – Київ, «Вища школа», 1993. – 648 с.
19. G.M.Fikhtengol'ts. The Fundamentals of Mathematical Analysis (Int. series of Monographs on pure and applied Mathematics). Volume 1. Elsevier, Pergamon Press. 1965, 520 p.
20. G.M.Fikhtengol'ts. The Fundamentals of Mathematical Analysis (Int. series of Monographs on pure and applied Mathematics). Volume 2. Elsevier, Pergamon Press. 1965, 518 p.

21. V.A.Ilyin and E.G.Pozyak. Fundamentals of mathematical analysis. Part 1. Mir Publishers, 1982. – 637 p.
22. V.A.Ilyin and E.G.Pozyak. Fundamentals of mathematical analysis. Part 2. Mir Publishers, 1982. – 438 p.
23. N.Piskunov. Differential and Integral calculus. Vol. 1, CBS Publishers & Distributors, 2021, 470 p.
24. N.Piskunov. Differential and Integral calculus. Vol. 2, CBS Publishers & Distributors, 2021, 572 p.
25. G.N.Berman. A problem book in mathematical analysis. MTG Learning Media (P) Ltd., New Delhi/Gurgaon, 2017, 490 p.
26. B.P.Demidovich. Problems in Mathematical Analysis. Gordon & B., 1969, 496 p.
27. R.Courant. Differential and Integral Calculus. Vol.1. Ishi press international, 2010, 612 p.
28. R.Courant. Differential and Integral Calculus. Vol. 2. Ishi press international, 2010, 682 p.
29. M.Tenenbaum, H.Pollard. Ordinary differential equations. Dover Publications Inc., 1985, 818 p.

## 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Тип навчального заняття	Опис навчального заняття
<b>Розділ І. Диференціальне числення ФБЗ.</b>		
<b>Тема 1. Границя, неперервність, диференційовність ФБЗ.</b>		
1	<b>Лекція №1.</b> Основні поняття і означення функції багатьох змінних; евклідова площа і евклідовий простір $E_n$ . Лінії і поверхні рівня.	Поняття ФБЗ. Координатний та евклідов простір. Графіки функції двох змінних. Лінії і поверхні рівня. Метричний простір та його аксіоми. $n$ – вимірний куля та $n$ – вимірний паралелепіпед. Поняття $\varepsilon$ – околу точки простору $E_n$ . Відкриті, замкнені, обмежені та зв'язні множини. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
2	<b>Практичне заняття №1.</b> Графіки функції двох змінних. Побудова ізольованій та ізоперхонь. Границя послідовності точок в евклідовому просторі. Техніка обчислення границь ФБЗ. Операції над границями ФБЗ.	Побудова графіків функції двох змінних. Побудова ізольованій та ізоперхонь. Границя послідовності точок в евклідовому просторі. Поняття фундаментальної послідовності точок в евклідовому просторі. Техніка обчислення границь ФБЗ. Операції над границями ФБЗ. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
3	<b>Лекція №2.</b> Означення ФБЗ та границі послідовності точок $\{M_k\}$ евклідового простору $E_n$ .	Означення ФБЗ. Границя послідовності точок в евклідовому просторі. Лема про координатну збіжність послідовності точок в евклідовому просторі. Поняття фундаментальної послідовності точок в евклідовому просторі. Критерій Коші. Теорема Больцано-Коші для ФБЗ. Поняття і два означення границі ФБЗ за Гейне і за Коші. Теорема про арифметичні операції над границями ФБЗ. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
4	<b>Практичне заняття №2.</b> Операції над нескінченно малими ФБЗ. Основна і повторні границі. Дослідження ФБЗ на неперервність. Дослідження ФБЗ на рівномірну неперервність за Кантором.	Операції над нескінченно малими ФБЗ. Основна і повторні границі. Дослідження ФБЗ на неперервність. Дослідження ФБЗ на рівномірну неперервність за Кантором. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
5	<b>Лекція №3.</b> Нескінченно малі ФБЗ. Критерій Коші. Повторні границі. Неперервність ФБЗ. Властивості неперервних функцій.	Означення нескінченно малих ФБЗ. Необхідна і достатня умови існування границі ФБЗ. Поняття основної і повторних границь ФБЗ. Достатні умови існування і рівності повторних границь ФБЗ. Поняття і три означення неперервності ФБЗ. Властивості неперервних функцій. Дві Теореми Вейерштраса. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
6	<b>Практичне заняття №3.</b> Техніка знаходження частинних похідних ФБЗ. Дослідження ФБЗ на диференційовність. Використання першого диференціала для наближених обчислень.	Техніка знаходження частинних похідних ФБЗ. Дослідження ФБЗ на диференційовність. Використання першого диференціала до наближених обчислень. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
7	<b>Лекція №4.</b> Частинні похідні ФБЗ. Поняття диференційовності ФБЗ. Перший диференціал та його застосування для наближених обчислень.	Означення частинних похідних. Частинні похідні вищих порядків. Теорема Шварца. Означення диференційовності ФБЗ, необхідні і достатні умови диференційовності функції двох змінних. Принципова відмінність диференційовності ФБЗ від диференційовності ФОЗ. Перший диференціал функції двох

		змінних, його зв'язок із існування частинних похідних та застосування до наближених обчислень. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
8	<b>Практичне заняття №4.</b> Техніка знаходження диференціалів вищих порядків. Похідна складеної ФБЗ. Інваріантність форми повного диференціала. Техніка диференціювання неявних функцій. Формула Тейлора для функції двох змінних.	Техніка знаходження диференціалів вищих порядків. Похідна складеної ФБЗ. Інваріантність форми повного диференціала. Техніка диференціювання неявних функцій. Формула Тейлора для функції двох змінних. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
9	<b>Лекція №5.</b> Диференціали вищих порядків. Похідна складеної ФБЗ. Інваріантність форми повного диференціала. Диференціювання неявних функцій. Формула Тейлора для функції двох змінних.	Диференціали вищих порядків. Формула для диференціала $n$ -го порядку. Похідна складеної ФБЗ. Повна похідна. Інваріантність форми повного диференціала. Теорема про існування неявних функцій однієї і двох змінних. Диференціювання неявних функцій. Формула Тейлора та Маклорена для функції двох змінних. Залишковий член формули Тейлора у формі Лагранжа. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
10	<b>Практичне заняття №5.</b> Застосування частинних похідних: дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості	Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Фізичний зміст градієнта та його властивості. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
<b>Тема 2. Застосування частинних похідних.</b>		
11	<b>Лекція №6.</b> Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості.	Означення дотичної площини та нормалі до поверхні. Геометричний зміст диференціала функції двох змінних. Означення скалярного поля. Типи скалярних полів. Похідна за напрямом, її фізичний зміст. Поняття градієнту, його властивості. Зв'язок градієнта із похідною за напрямком. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
12	<b>Практичне заняття №6.</b> Локальний екстремум ФБЗ. Найбільше і найменше значення неперервної функції у замкненій обмеженій області. Умовний екстремум. Функція та множники Лагранжа. Метод найменших квадратів. Регресія.	Локальний екстремум ФБЗ. Найбільше і найменше значення неперервної функції у замкненій обмеженій області. Умовний екстремум. Функція та множники Лагранжа. Метод найменших квадратів. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
13	<b>Лекція №7.</b> Локальний екстремум ФБЗ. Найбільше і найменше значення неперервної функції у замкненій обмеженій області. Умовний екстремум. Функція та множники Лагранжа. Метод найменших квадратів.	Локальний екстремум функції двох змінних. Стаціонарні й критичні точки функції. Необхідні і достатні умови існування локального екстремуму. Правило дослідження функції двох змінних на локальний екстремум. Поняття квадратичних форм. Критерій Сильвестра. Найбільше і найменше значення неперервної функції у замкненій та обмеженій області. Умовний екстремум. Рівняння в'язей. Функція та множники Лагранжа. Метод найменших квадратів. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
14	<b>Практичне заняття №7. На першій півпарі:</b> ДР першого порядку та методи їх інтегрування: однорідні ДР, лінійні ДР, рівняння Бернуллі та Ріккаті. <b>На другій півпарі:</b> перша частина МКР за темами №1-2.	<b>На першій півпарі:</b> ДР першого порядку та методи їх інтегрування: однорідні, лінійні, рівняння Бернуллі та Ріккаті. <b>На другій півпарі:</b> перша частина МКР за темами №1-2. Завдання для СРС: [2, 14, 15, 21, 22,24], [3], с. 80-94
<b>Розділ II. Звичайні диференціальні рівняння (ДР).</b>		
<b>Тема 3. Диференціальні рівняння першого порядку.</b>		
15	<b>Лекція №8.</b> Звичайні диференціальні рівняння (ДР) першого порядку. Задача Коші. Теорема Коші та Пікара. Ізокліни. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.	Звичайні ДР першого порядку: загальні поняття та означення. Нормальна форма ДР, ДР у диференціальній формі. Розв'язок ДР, інтегральні криві. Постановка задачі Коші, початкові умови. Теорема Коші про існування і єдність розв'язку ДР першого порядку. Особливі розв'язки ДР. Поняття загального і частинного розв'язків ДР. Теорема Пікара. Умови Ліпшиця. Метод послідовних наближень Пікара. Геометричний зміст ДР першого порядку. Поле напрямків, ізокліни. Поняття інтегрування ДР в квадратурах. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
16	<b>Практичне заняття №8.</b> ДР у повних диференціалах, техніка їх інтегрування. Інтегральний множник.	ДР у повних диференціалах, техніка їх інтегрування. Використання інтегрального множника для розв'язання ДР першого порядку.

17	<b>Лекція №9.</b> Інші типи ДР першого порядку.	Однорідні функції $n$ -го виміру. Однорідні функції нульового виміру. Однорідні ДР першого порядку. Метод їх інтегрування. ДР, які зводяться до однорідних. Лінійні ДР першого порядку. Підстановка Бернуллі. ДР, які зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі. Рівняння Ріккати. Випадки, в яких рівняння Ріккати інтегрується в квадратурах. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
18	<b>Практичне заняття №9.</b> ДР $n$ -го порядку, що інтегруються в квадратурах. Диференціальні рівняння вищих порядків, що дозволяють інтегрування в квадратурах.	ДР $n$ -го порядку, що інтегруються в квадратурах. Диференціальні рівняння вищих порядків, що дозволяють інтегрування в квадратурах. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
19	<b>Лекція №10.</b> ДР у повних диференціалах, техніка його інтегрування. Інтегровальний множник. Рівняння Клеро та Лагранжа (СРС)	Означення ДР у повних диференціалах, техніка його розв'язання. Поняття інтегровального множника; техніка його знаходження у випадку, якщо $\mu = \mu(x)$ або $\mu = \mu(y)$ . Рівняння Клеро: означення та метод його інтегрування. Поняття загального та особливого розв'язків рівняння Клеро. Сімейство прямих ліній як геометричний образ загального розв'язку рівняння Клеро. Рівняння Лагранжа: означення та метод його інтегрування. Поняття загального та особливого розв'язків рівняння Лагранжа. Параметрична форма подання розв'язку рівняння Лагранжа. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
20	<b>Практичне заняття №10.</b> Техніка розв'язання лінійних ДР другого порядку. Характеристичне рівняння. Фундаментальна система розв'язків. Визначник Вронського. Формула Остроградського-Ліувілля. Структура загального розв'язку ДР.	Лінійні ДР другого порядку. Характеристичне рівняння. Фундаментальна система розв'язків. Визначник Вронського. Формула Остроградського-Ліувілля. Структура загального розв'язку ДР. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
<b>Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Нормальні системи ДР.</b>		
21	<b>Лекція №11.</b> Диференціальні рівняння вищих порядків, що дозволяють інтегрування в квадратурах.	ДР вищих порядків: основні поняття та означення. Задача Коші, початкові умови. Загальний і частинний розв'язки ДР вищих порядків, геометричне тлумачення загального розв'язку за допомогою інтегральних кривих. Теорема Коші про існування і єдиність розв'язку задачі Коші. ДР $n$ -го порядку, що інтегруються в квадратурах. Деякі типи рівнянь вищих порядків, які допускають зниження порядку. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
22	<b>Практичне заняття №11.</b> Диференціальні рівняння вищих порядків, що дозволяють інтегрування в квадратурах. Деякі типи рівнянь вищих порядків, які допускають зниження порядку.	Диференціальні рівняння вищих порядків, що дозволяють інтегрування в квадратурах. Деякі типи рівнянь вищих порядків, які допускають зниження порядку. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
23	<b>Лекція №12.</b> Лінійні ДР другого порядку (загальний випадок). Метод варіації довільних сталих для ЛНДР другого порядку.	Лінійне однорідне ДР другого порядку (ЛОДР). Теорема про лінійну комбінацію двох його розв'язків. Поняття лінійної залежності (незалежності) двох функцій на заданому проміжку. Визначник Вронського. Формула Остроградського-Ліувілля. Фундаментальна система розв'язків ЛОДР. Критерій лінійної незалежності розв'язків ЛОДР другого порядку. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДР другого порядку. Лема про відновлення ЛОДР за заданою фундаментальною системою його розв'язків. Лінійне неоднорідне ДР другого порядку (ЛНДР). Загальний розв'язок його однорідного рівняння та частинний розв'язок неоднорідного рівняння. Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДР другого порядку. Метод варіації довільних сталих для ЛНДР другого порядку. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
24	<b>Практичне заняття №12.</b> Лінійні ДР другого порядку. Метод варіації довільних сталих для ЛНДР другого порядку.	Лінійні ДР другого порядку. Метод варіації довільних сталих для ЛНДР другого порядку. Загальний розв'язок його однорідного рівняння та частинний розв'язок неоднорідного рівняння. Структура загального розв'язку ЛНДР другого порядку. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124

25	<b>Лекція №13.</b> Лінійні ДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами.	ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Означення і побудова характеристичного рівняння. Три випадки коренів характеристичного рівняння, побудова для них відповідних загальних розв'язків ЛОДР другого порядку. ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Означення ЛНДР зі спеціальною правою частиною. Поняття квазіполінома. Метод підбору окремого частинного розв'язку ЛНДР другого порядку при умові, що у правій частині ЛНДР містяться квазіполіноми вигляду $f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$ або $f(x) = e^{\alpha x} [P_n(x) \cos(\beta x) + R_m(x) \sin(\beta x)]$ . Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
26	<b>Практичне заняття №13.</b> ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Побудова характеристичного рівняння. Техніка розв'язання ЛНДР зі спеціальною правою частиною. Поняття квазіполінома.	ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Означення і побудова характеристичного рівняння. Техніка розв'язання ЛНДР зі спеціальною правою частиною. Поняття квазіполіном вигляду: $f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$ або $f(x) = e^{\alpha x} [P_n(x) \cos(\beta x) + R_m(x) \sin(\beta x)]$ . Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25], [3], с. 110-124
27	<b>Лекція №14.</b> Нормальні системи диференціальних рівнянь. Зведення будь-якого ДР $n$ -го порядку до нормальної системи ДР. Зведення нормальної системи ДР до одного ДР $n$ -го порядку. Метод варіації довільних сталих. (СРС).	Нормальні системи ДР: загальні поняття та означення. Зведення будь-якого ДР $n$ -го порядку до нормальної системи ДР. Зведення нормальної системи ДР до одного ДР $n$ -го порядку. Теорема Коші про існування і єдиність розв'язку нормальної системи ДР. Системи лінійних однорідних рівнянь (ЛОДР). Поняття похідної та інтеграла від матриці. Властивості розв'язків нормальної системи ДР. Фундаментальна система розв'язків системи ДР. Побудова загального розв'язку системи ЛОДР зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння для системи ЛОДР зі сталими коефіцієнтами. Системи ЛНДР зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих. Метод підбору окремого частинного розв'язку системи ЛНДР зі сталими коефіцієнтами. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
28	<b>Практичне заняття №14.</b> Нормальні системи диференціальних рівнянь. Зведення будь-якого ДР $n$ -го порядку до нормальної системи ДР. Зведення нормальної системи ДР до одного ДР $n$ -го порядку. Метод варіації довільних сталих. (СРС). <b>В рамках поточної пари- друга частина МКР за розділом II.</b>	Нормальні системи диференціальних рівнянь. Зведення будь-якого ДР $n$ -го порядку до нормальної системи ДР. Зведення нормальної системи ДР до одного ДР $n$ -го порядку. Завдання для СРС: [2, 6, 12-15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
<b>Розділ III. Ряди</b> <b>Тема 5. Числові ряди. Ознаки збіжності.</b>		
29	<b>Лекція № 15.</b> Числові ряди та їх зв'язок з числовими послідовностями. Критерій Коші. Властивості числових рядів. Знакододатні числові ряди та достатні ознаки їх збіжності.	Числові ряди: основні поняття та означення. Частинна сума та поняття збіжності числових рядів. Дослідження числових рядів як нова форма вивчення властивостей числових послідовностей. Критерій Коші стосовно збіжності числового ряду. Найпростіші властивості числових рядів. Залишок числового ряду. Необхідна умова збіжності числового ряду. Достатня умова розбіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності знакододатних числових рядів: ознака порівняння за нерівністю та гранична ознака; ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші-Маклорена; ознаки Раабе і Гаусса. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109
30	<b>Практичне заняття №15.</b> Числові ряди та їх зв'язок з числовими послідовностями. Дослідження знакододатних числових рядів на збіжність та достатні ознаки їх збіжності: ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші-Маклорена; ознаки Раабе і Гаусса.	Числові ряди та їх зв'язок з числовими послідовностями. Критерій Коші. Властивості числових рядів. Знакододатні числові ряди та достатні ознаки їх збіжності: ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші-Маклорена; ознаки Раабе і Гаусса. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109
31	<b>Лекція № 16.</b> Знакопозичервні та знакозмінні числові ряди. Абсолютна та умовна збіжність.	Знакопозичервні числові ряди. Теорема (ознака) Лейбніца. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Перестановка членів знакозмінних рядів. Теорема Рімана, теорема Коші.

		Тотожність Абеля, ознака Діріхле-Абеля. Парадокси, пов'язані із перестановкою членів знакопочережних рядів. Поняття числових рядів із комплексними членами. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109
32	<b>Практичне заняття №16.</b> Знакопочережні та знакозмінні числові ряди: дослідження на абсолютну та умовну збіжність. Ознака Лейбніца.	Знакопочережні та знакозмінні числові ряди. Дослідження на абсолютну та умовну збіжність. Ознака Лейбніца. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109
<b>Тема 6. Функціональні та степеневі ряди.</b>		
33	<b>Лекція № 17.</b> Степеневі ряди: область, інтервал, радіус збіжності степеневих рядів. Властивості збіжних степеневих рядів.	Означення області, інтервалу та радіусу збіжності степеневих рядів. Теорема Абеля. Теорема Коші-Адамара. Властивості збіжних степеневих рядів. Умови почленного інтегрування і диференціювання степеневих рядів. Неперервність суми степеневих рядів. Обчислення сум числових рядів за допомогою степеневих рядів. Метод Абеля. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109
34	<b>Практичне заняття №17.</b> Дослідження степеневих рядів на збіжність: область, інтервал, радіус збіжності степеневих рядів. Властивості збіжних степеневих рядів. Обчислення сум числових рядів за допомогою степеневих рядів. Метод Абеля.	Дослідження на збіжність степеневих рядів: область, інтервал, радіус збіжності степеневих рядів. Властивості збіжних степеневих рядів. Обчислення сум числових рядів за допомогою степеневих рядів. Метод Абеля. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109
35	<b>Лекція №18.</b> Техніка розвинення елементарних функцій в ряди Тейлора і Маклорена. Практичне застосування розвинення функцій в степеневі ряди.	Техніка розвинення елементарних функцій в ряди Тейлора і Маклорена. Необхідні і достатні умови розвинення функцій в ряди Тейлора (Маклорена) Найпростіші уявлення про степеневі ряди в комплексній області. Практичне застосування розвинення функцій в степеневі ряди. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109
36	<b>Практичне заняття №18. На першій півпарі:</b> Техніка розвинення елементарних функцій в ряди Тейлора і Маклорена. Практичне застосування розвинення функцій в степеневі ряди. Степеневі ряди в комплексній області. <b>В рамках другої півпари- третя частина МКР за матеріалом Розділу III.</b>	Техніка розвинення елементарних функцій в ряди Тейлора і Маклорена. Практичне застосування розвинення функцій в степеневі ряди. Степеневі ряди в комплексній області. Завдання для СРС: [2, 6, 8, 10, 12-15, 20, 24-26, 28], [3], с. 95 -109

## 6. Самостійна робота студента

Опанування навчального матеріалу з дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» ґрунтується на самопідготовці до аудиторних занять на теоретичні і практичні теми.

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин	Література
1	Підготовка до лекції 1	1	[2, 13-15, 21, 22, 24], [3], с. 80-94
2	Підготовка до практичного заняття 1	0.5	[3], с.80– 94, [6, 13, 14]
3	Підготовка до лекції 2.	1	[2, 13-15, 21, 22, 24], [3], с. 80-94
4	Підготовка до практичного заняття 2	0.5	[3], с.80– 94, [6, 13, 14]
5	Підготовка до лекції 3	1	[2, 13-15, 21, 22, 24], [3], с. 80-94
6	Підготовка до практичного заняття 3	0.5	[3], с.80– 94, [6, 13, 14]
7	Підготовка до лекції 4	1	[2, 13-15, 21, 22, 24], [3], с. 80-94

8	Підготовка до практичного заняття 4	0.5	[3], с.80– 94, [6, 13, 14]
9	Підготовка до лекції 5	1	[2, 13-15, 21, 22, 24], [3], с. 80-94
10	Підготовка до практичного заняття 5	0.5	[3], с.80– 94, [6, 13, 14]
11	Підготовка до лекції 6	1	[2, 13-15, 21, 22, 24], [3], с. 80-94
12	Підготовка до практичного заняття 6	0.5	[3], с.80– 94, [6, 13, 14].
13	Підготовка до лекції 7	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
14	Підготовка до практичного заняття 7	0.5	[3], с.110– 124, [13-15].
15	Підготовка до лекції 8	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
16	Підготовка до практичного заняття 8	0.5	[3], с.110– 124, [13-15].
17	Підготовка до лекції 9	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
18	Підготовка до практичного заняття 9	0.5	[3], с.110– 124, [13-15]
19	Підготовка до лекції 10	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
20	Підготовка до практичного заняття 10	0.5	[3], с.110– 124, [13-15]
21	Підготовка до лекції 11	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
22	Підготовка до практичного заняття 11	0.5	[3], с.110– 124, [13-15]..
23	Підготовка до лекції 12	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
24	Підготовка до практичного заняття 12	0.5	[3], с.110– 124, [13-15].
25	Підготовка до лекції 13	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
26	Підготовка до практичного заняття 13	0.5	[3], с.110– 124, [13-15].
27	Підготовка до лекції 14	1	[2, 6, 12 - 15, 24, 25, 29], [3], с. 110-124
28	Підготовка до практичного заняття 14	0.5	[3], с.110– 124, [13-15].
29	Підготовка до лекції 15	1	[2, 6, 8, 12 - 15,20, 22, 24-26, 28], [3], с. 95– 109.
30	Підготовка до практичного заняття 15	0.5	[3], с.95– 109, [13-15].
31	Підготовка до лекції 16	1	[2, 6, 8, 12 - 15,20, 22, 24-26, 28], [3], с. 95– 109.
32	Підготовка до практичного заняття 16	0.5	[3], с.95– 109, [13-15].
33	Підготовка до лекції 17	1	[2, 6, 8, 12 - 15,20, 22, 24-26, 28],

			[3], с. 95– 109.
34	Підготовка до практичного заняття 17	0.5	[3], с.95– 109, [13-15].
35	Підготовка до лекції 18	1	[2, 6, 8, 12 - 15,20, 22, 24-26, 28], [3], с. 95– 109.
36	Підготовка до практичного заняття 18	0.5	[3], с.95– 109, [13-15].
37	<b>Розділ II. Звичайні диференціальні рівняння.</b> Засвоїти техніку розв'язання ДР Клеро і Лагранжа. З'ясувати, чим відрізняються особливі розв'язки цих ДР від загальних.	2	[2], с. 167 – 172.
38	<b>Розділ II. Звичайні диференціальні рівняння.</b> Опанувати техніку розв'язання систем $n$ лінійних ДР першого порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод зведення системи $n$ лінійних ДР першого порядку до одного лінійного ДР $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.	2	[2], с. 214 – 247.
39	<b>Розділ III. Числові, функціональні та степеневі ряди.</b> Функціональні ряди, область збіжності, рівномірна збіжність. Ознаки Діріхле-Абеля та Вейєрштраса. Опанувати поняття граничного переходу: а) під знаком інтеграла і почленне інтегрування ФР; б) під знаком похідної і почленне диференціювання ФР. Розібрати доведення Теорема Діні про рівномірну збіжність монотонної послідовності неперервних функцій до неперервної граничної функції. Функціональні властивості суми ряду, перехід до границі, інтегрування та диференціювання у функціональних рядах. Умови неперервності граничної суми функціонального ряду.	4	[2], с. 338 – 349.
40	Підготовка до МКР	5	[2, 3, 12-15, 20, 22, 24-26, 29],
41	Підготовка до РГР	8	[2, 3, 12-15, 20, 22, 24-26, 29],
42	Підготовка до екзамену	30	[2, 3, 12-15, 20, 22, 24-26, 29],

## Політика і контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- 1. Загальна політика** викладання дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» націлена на самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); обов'язкове коректне посилання на джерела інформації у разі використання чужих ідей, розробок, тверджень, технологій; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень, технології і джерела інформації.
- 2. Політика щодо відвідування.** В звичайному режимі навчання відвідування як лекційних, так і практичних занять є обов'язковим компонентом оцінювання. За тривалих форс-мажорних обставин (військові дії, пандемії, міжнародне стажування) навчання може проводитись в дистанційній формі. Відсутність на аудиторному занятті в такому разі не передбачає нарахування штрафних балів, оскільки фінальний рейтинговий бал студента формується виключно під час складання підсумкового контролю. Разом з тим, самостійне виконання модульних контрольних робіт та захист індивідуальних тематичних завдань, а також виступи (доповіді) на колоквиумах і активна робота на практичних заняттях оцінюватимуться під час аудиторних занять.
- 3. Політика щодо відпрацювання та перескладання контрольних заходів оцінювання.** Згідно положення «Положення про поточний, календарний та семестровий контроль результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського» (<https://kpi.ua/files/n3277.pdf>) кожен студент має право відпрацювати пропущені з поважної причини заняття та контрольні заходи оцінювання (лікарняний, мобільність тощо) за рахунок самостійної роботи.
- 4. Процедура оскарження результатів контрольних заходів оцінювання.** Згідно «Положення про вирішення конфліктних ситуацій в «КПІ ім. Ігоря Сікорського»» (<https://osvita.kpi.ua/node/169>) студенти мають право аргументовано оскаржити результати контрольних заходів, пояснивши з яким критерієм не погоджуються

відповідно до оціночного. Студент може підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

5. **Академічна доброчесність.** Політика та принципи академічної доброчесності регулюються нормами, викладеними у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «КПІ імені Ігоря Сікорського» (<https://kpi.ua/code>).
6. **Норми етичної поведінки.** Норми етичної поведінки студентів і науково-педагогічних працівників регулюються положеннями, викладеними у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «КПІ імені Ігоря Сікорського» (<https://kpi.ua/code>).
7. **Інклюзивне навчання.** Засвоєння знань та умінь в ході вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» є доступним для більшості осіб з особливими освітніми потребами, окрім здобувачів з серйозними вадами зору, які не дозволяють виконувати завдання за допомогою персональних комп'ютерів, ноутбуків та/або інших технічних засобів.
8. **Календарний контроль** проводиться з метою підвищення якості навчання студентів та моніторингу виконання студентом вимог Силабусу. Детальніше: Розділ 3 «Положення про поточний, календарний та семестровий контроль результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського» (<https://kpi.ua/files/n3277.pdf>).
9. **Навчання іноземною мовою.** У процесі опанування лекційного матеріалу та виконання практичних завдань з дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» студентам рекомендується звертатися до англійських джерел.
10. **Призначення заохочувальних та штрафних балів.** Відповідно до «Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського» сума всіх заохочувальних балів не може перевищувати 10% рейтингової шкали оцінювання (<https://osvita.kpi.ua/node/37>). Правила призначення заохочувальних та штрафних балів є наступними.

**Заохочувальні бали** нараховуються за: а) написання тез, статей, оформлення нової математичної задачі/технології як наукової роботи для участі у конкурсі студентських наукових робіт (за тематикою навчальної дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної») – до 2 балів; б) участь у міжнародних або всеукраїнських заходах та конкурсах (за тематикою навчальної дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної») – до 3 балів.

**Штрафні бали** нараховуються за порушення принципів академічної доброчесності (несамостійне виконання МКР та РГР, списування під час екзамену): - 5 балів за кожне порушення (спробу плагіату).

Самоперевірка, підготовка до практичних занять, виконання індивідуальних завдань та контрольних заходів здійснюється під час самостійної роботи студентів з можливістю консультування з викладачем у визначений час консультацій або за допомогою електронного листування (електронна пошта, месенджери).

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Рейтинг дисципліни «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди» складається з:

- 1) балів за індивідуальну розрахунково-графічну роботу (РГР),
- 2) балів за інтегральну модульну контрольну роботу (МКР),
- 3) балів за відповідь на екзамені,
- 4) заохочувальних балів,
- 5) штрафних балів.

## РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ (РСО)

### 8.1. Бали за виконання та захист індивідуальної РГР.

Протягом кожного семестру студенти виконують 1 індивідуальну РГР, яка розділена по трьох тематичних розділах.

**Максимальна кількість балів за семестрову індивідуальну РГР : 20 балів (сумарно).**

*Бали нараховуються за:*

- *якість виконання* (за індивідуальну РГР): 0-8 бали;
- *відповідь під час захисту* (за індивідуальну РГР): 0-8 бали;
- *своєчасне представлення роботи до захисту*: 0-4 бали.

*Критерії оцінювання якості виконання:*

- 8 балів – *робота виконана якісно, в повному обсязі;*
- 6 балів – *робота виконана якісно, в повному обсязі, але має недоліки;*
- 3 балів – *робота виконана в повному обсязі, але містить незначні помилки;*
- 0-2 бали – *робота виконана не в повному обсязі, або містить суттєві помилки.*

*Критерії оцінювання якості відповіді:*

- 8 балів – *відповідь повна, добре аргументована;*
- 6 балів – *в цілому відповідь вірна, але має недоліки або незначні помилки;*
- 3 балів – *у відповіді є суттєві помилки;*
- 0 балів – *немає відповіді або відповідь невірна.*

*Критерії оцінювання своєчасності представлення роботи до захисту:*

4 бали – робота представлена до захисту не пізніше вказаного терміну;

2 бали – робота представлена до захисту на 1 тиждень пізніше вказаного терміну;

0 балів – робота представлена до захисту більше, ніж на 1 тиждень пізніше вказаного терміну.

**Максимальна кількість балів за виконання та захист семестрової індивідуальної РГР – 8+8+4=20 балів (сумарно за три тематичні розділи).**

## 8.2. Бали за виконання семестрової інтегральної модульної контрольної роботи.

Протягом семестру студенти виконують одну семестрову інтегральну модульну контрольну роботу (МКР), розділену по тематичних розділах на три однакові за балами та за часом частини; всі завдання письмові, серед яких одне теоретичне та три практичних.

**Максимальна сумарна кількість балів за семестрову МКР – 30 балів.**

**Критерії оцінювання письмових завдань інтегральної МКР:**

30 балів – розв'язання завдань МКР абсолютно вірне;

27 балів – розв'язання переважної більшості завдань вірне, але в 10% завдань є несуттєві помилки;

24 балів – розв'язання більшості завдань вірне, але в 20% завдань є помилки;

10-15 балів – розв'язання половини завдань вірне, але у 50% завдань є суттєві помилки;

5-6 балів – розв'язання 20% завдань вірне, але у 80% завдань є суттєві помилки;

1-3 бали – розв'язання 10% завдань вірне, але у 90% завдань є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь на 100% невірна.

Семестрова складова рейтингової шкали  $R_C = R_{РГР} + R_{МКР} = 20+30$  балів = 50 балів.

## 8.3. Штрафні бали.

Штрафні бали нараховуються за:

- академічна недобросовісність (плагиат, несамостійне виконання МКР, СРС тощо) - 5 балів за одну спробу.

## 8.4. Бали за відповіді на екзамені

Екзаменаційний білет складається з 6 питань – 1 теоретичне та 5 практичних. Відповідь на теоретичне запитання оцінюється 10 балами, а відповідь на кожне практичне запитання оцінюється 8 балами.

**Критерії оцінювання теоретичного запитання екзаменаційної роботи:**

10 балів – відповідь вірна, повна, добре аргументована;

8-9 балів – відповідь вірна, розгорнута, але не дуже добре аргументована;

6-7 балів – в цілому відповідь вірна, але має недоліки;

4-5 балів – у відповіді є незначні помилки;

1-3 бали – у відповіді є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь невірна.

**Критерії оцінювання одного практичного запитання екзаменаційної роботи:**

8 балів – відповідь вірна, розрахунки виконані у повному обсязі;

6-7 балів – відповідь вірна, але не дуже добре підкріплена розрахунками;

5 балів – в цілому відповідь вірна, але має недоліки;

3-4 бали – у відповіді є незначні помилки;

1-2 бали – у відповіді є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь невірна.

**Максимальна кількість балів за відповідь на іспиті:**

$R_E = 10$  балів  $\times$  1 теоретичне запитання + 8 балів  $\times$  5 практичних завдань = 50 балів.

## 8.5. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Семестрова складова рейтингової шкали  $R_C = 50$  балів, вона визначається як сума додатних балів, отриманих за виконання інтегральної модульної контрольної роботи, за виконання та захист індивідуальної РГР та від'ємних штрафних балів.

Екзаменаційна складова рейтингової шкали дорівнює:  $R_E = 50$  балів.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює:  $R = R_C + R_E = 100$  балів.

**8.6. Календарний контроль:** проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу:

На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **10 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до першої атестації).

На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **20 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до другої атестації).

### 8.7. Умова допуску до екзамену та визначення оцінки

Необхідною умовою допуску студента до екзамену є виконання і захист всіх індивідуальних робіт та семестровий рейтинг студента не менше 50 % від  $R_c$ , тобто не менше **30 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента  $R$  визначається як сума семестрового рейтингу студента  $R_c$  та балів  $R_E$ , отриманих на іспиті. Оцінка виставляється відповідно до значення  $R$  згідно з табл. 1.

Таблиця 1

Сумарний рейтинг $RD$	Оцінка
95-100	відмінно
85-94	дуже добре
75-84	добре
65-74	задовільно
60-64	достатньо
$RD \leq 59$	незадовільно
$r_c < 30$ або не виконані (не захищені) всі види робіт.	не допущений

### 8.8. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

*Примірник типових екзаменаційних білетів, які виносяться на кожний семестровий контроль, наведено у Додатку 1.*

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

Складено д.т.н., проф., Легеза В.П.

Ухвалено кафедрою ПЗКС (протокол № 12 від 26.04.2023 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 10 від 26.05.2023 р.)

**ТИПОВИЙ ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ  
З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ-2»  
ДЛЯ СЕМЕСТРОВОГО КОНТРОЛЮ (ДРУГИЙ СЕМЕСТР)**

<b>НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КПІ» ім. І.Сікорського</b>			
<b>ОКР Бакалавр</b> Спеціальність 121 «Інженерія програмного забезпечення»	<b>Кафедра</b> Програмного забезпечення комп'ютерних систем 2022 – 2023 навч. рік	<b>ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1</b> з навчальної дисципліни <b>МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ-2</b> 2-й семестр	<b>Затверджую</b> Зав. кафедри ПЗКС  (підпис) д.т.н., доц. <b>Є.С.Сулема</b> Прот. №13 від 22.06.2022р.
<b>Екзаменаційні теоретичні запитання</b>			
1. Числові ряди. Достатні ознаки збіжності знакоподатних числових рядів. Інтегральна та радикальна ознака Коші (з доведенням). Приклад застосування інтегральної ознаки Коші.			
<b>Практичні завдання різних типів</b>			
2. Функцію $f(x, y)$ задано у такий спосіб:			
$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$			
Потрібно встановити: 1). Чи є ця функція неперервною? 2). Чи існують її частинні похідні на всій площині $OXY$ ? 3). Чи є точки площини $OXY$ , в яких неперервність частинних похідних цієї функції порушується? Відповіді обґрунтувати.			
3. Знайти екстремуми функції $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ та встановити їх тип.			
4. Розв'язати ДР першого порядку методом варіації довільної сталої: $y' + \frac{y}{x} = x^2 y^4$ .			
5. Користуючись результатами теореми про накладання розв'язків знайти частинний та загальний розв'язки ЛНДР другого порядку: $y'' - 5y' + 6y = 12e^{-x} + 18x^2 - 7$ .			
6. Знайти область збіжності степеневого ряду з комплексними членами: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+3-4i)^n}{(n+3)^2 5^n}$ .			

Лектор навчальної дисципліни, проф. \_\_\_\_\_ **В.П.Легеза**