



МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. Частина 1.

Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	121 Інженерія програмного забезпечення
Освітня програма	Інженерія програмного забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	1 рік підготовки, 1 семестр
Обсяг дисципліни	Лекції: 36 год., практичні заняття: 36 год., самостійна робота: 78 год.
Семестровий контроль	Екзамен, модульна контрольна робота, розрахунково-графічна робота, календарний контроль
Розклад занять	Згідно розкладу поточного навчального року (rozklad.kpi.ua)
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., професор, Легеца Віктор Петрович legeza@pzks.fpm.kpi.ua Практичні заняття: к.ф.-м.н., доцент, Нещадим Олександр Михайлович, om.neshchadym@gmail.com
Розміщення курсу	Перший семестр: https://classroom.google.com/w/MTYzMDc4MjAyMjc5/t/all

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» дозволяє сформувати у здобувачів освіти компетенції, необхідні для побудови **математичних моделей та алгоритмів** в процесі дослідження та розв'язання практичних задач природознавства та інформаційних технологій.

Метою вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» є формування у здобувача освіти здатностей до абстрактного мислення, самостійного аналізу та синтезу складних систем, а також вміння використовувати набуті фундаментальні знання на етапах постановки проблеми в математичній та символічній формі з подальшою її алгоритмізацією та розробкою програмного забезпечення.

Предметом дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» є методи, техніки і технології математичного аналізу, які складають математичне забезпечення процесу розв'язування широкого кола задач, що належать галузі знань 12 «Інформаційні технології».

Вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» сприятиме формуванню у здобувачів освіти наступних загальних (ЗК) та фахових компетентностей (ФК):

ЗК01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК06 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ФК15 Здатність застосовувати фундаментальні і міждисциплінарні знання для побудови удосконалених алгоритмів пошуку;

ФК16 Здатність розробляти алгоритми реалізації методів статистичного аналізу даних;

ФК18 Здатність розробляти методи чисельного розв'язання математичних задач з використанням програмних засобів;

ФК20 Здатність застосовувати набуті фундаментальні математичні знання для розроблення методів обчислень при створенні мультимедійних та інформаційно-пошукових систем.

Вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» сприятиме формуванню у здобувачів освіти наступних програмних результатів навчання (ПРН) за ОП:

ПРН05 Знати і застосовувати відповідні математичні поняття, методи доменного, системного і об'єктно-орієнтованого аналізу та математичного моделювання для розроблення програмного забезпечення.

ПРН11 Вибирати вихідні дані для проєктування, керуючись формальними методами опису вимог та моделювання.

ПРН25 Знати і вміти використовувати фундаментальний математичний інструментарій при побудові алгоритмів та розробленні сучасного програмного забезпечення.

ПРН26 Вміти розробляти та використовувати методи і алгоритми наближеного розв'язання математичних задач при проєктуванні мультимедійних та інформаційно-пошукових систем.

ПРН27 Вміти використовувати методи статистичного аналізу даних.

ПРН28 Знати математичні та алгоритмічні основи комп'ютерної графіки та вміти їх застосовувати для розроблення мультимедійного програмного забезпечення.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Успішне вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» має забезпечуватись в рамках ґрунтовно засвоєного навчального матеріалу шкільного курсу математики (геометрія, алгебра та початки аналізу) і фізики. Крім того, опанування «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» має відбуватись при паралельному вивченні дисциплін «Лінійна алгебра та аналітична геометрія».

Отримані при засвоєнні дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» теоретичні знання та практичні уміння є необхідними для вивчення дисциплін «Математичний аналіз. Частина 2. Функції багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння та ряди», «Теорія ймовірностей», «Математичне забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем», «Фізичні основи мультимедійних систем», «Алгоритмічне забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 121 Інженерія програмного забезпечення, а також дисциплін «Дослідження операцій та математичне програмування» та «Інформаційно-пошукові системи і сервіси» навчального плану підготовки наукових магістрів за ОНП «Інженерія програмного забезпечення мультимедійних та інформаційно-пошукових систем».

3. Зміст навчальної дисципліни

Дисципліна «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» передбачає вивчення таких тем:

Тема 1. Вступ до математичного аналізу.

Тема 2. Числова послідовність та її границя.

Тема 3. Функція однієї змінної та її границя. Техніка розкриття основних невизначеностей.

Тема 4. Неперервність ФОЗ. Класифікація точок розриву. Властивості функцій, неперервних на відрізьку.

Тема 5. Диференціальне числення ФОЗ. Практичне застосування похідної для дослідження ФОЗ.

Тема 6. Невизначені інтеграли. Техніка інтегрування невизначених інтегралів.

Тема 7. Визначені інтеграли та їхнє практичне застосування в задачах геометрії і фізики.

Тема 8. Невласні інтеграли першого та другого роду. Ознаки збіжності.

Модульна контрольна робота (МКР).

Екзамен

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. В.П.Легеза. Математичний аналіз: підручник. У 4-х томах. Т.1. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2019. – 336 с.
2. В.П.Легеза. Математичний аналіз: підручник. У 4-х томах. Т.2. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2020. – 396 с.
3. В.П.Легеза. Математичний аналіз: збірник задач. Навчальний посібник. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2018. – 240 с.
4. В.П.Легеза, О.М.Нещадим. Математичний аналіз: практикум. Навчальний посібник в 4-х част. Перша частина. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2022. – 216 с.
5. Дундученко Л.О., Ясінський В.В. Вища математика (у 2 томах). Т.1. – Сан-Франциско – Київ: НТУУ «КПІ» «Політехніка». – 2006, - 884 с.
6. Дундученко Л.О., Ясінський В.В. Вища математика (у 2 томах). Т.2. – Сан-Франциско – Київ: НТУУ «КПІ» «Політехніка». – 2007, - 648 с.
7. Ковальчук Б., Шіпка Й. Математичний аналіз (навчальний посібник у 3-х частинах). Част. 1. – Львів, 2002, Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка. – 270 с.
8. Ковальчук Б., Шіпка Й. Математичний аналіз (навчальний посібник у 3-х частинах). Част. 2. – Львів, 2004, Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка. – 282 с.
9. Овчинников П.П., Яремчук Ф.Я., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник у 2-х частинах. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення. – К.: «Техніка», 2003. – 600 с.
10. Лавренчук В.П., Настасієв П.П., Мартинюк О.В., Кондур О.С. Вища математика. Загальний курс. Частина 2. Математичний аналіз і диференціальні рівняння. – Чернівці: Книги ХХІ ст., 2010. – 556 с.
11. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика (підручник у 2-х частинах). Частина 1. – К: «Либідь», 2010. – 592 с.
12. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика Вища математика (підручник у 2-х частинах). Частина 2. – К: «Либідь», 2010. – 496 с.
13. Електронний кампус НТУУ «КПІ». Легеза В.П. Матеріали з дисципліни «Математичний аналіз». – Режим доступу : <http://login.kpi.ua>
14. Google classroom: Практикум з математичного аналізу (перший семестр). <https://classroom.google.com/w/MTYzMDc4MjAyMjc5/t/all>

Додаткова література

1. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник у 2-част. Частина перша. – К.: «Четверта хвиля», 2012. – 368 с.
2. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник у 2-част. Частина друга. – К.: «Четверта хвиля», 2014. – 368 с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – Київ, «Вища школа», 1993. – 648 с.
4. G.M.Fikhtengol'ts. The Fundamentals of Mathematical Analysis (Int. series of Monographs on pure and applied Mathematics). Volume 1. Elsevier, Pergamon Press. 1965, 520 p.
5. G.M.Fikhtengol'ts. The Fundamentals of Mathematical Analysis (Int. series of Monographs on pure and applied Mathematics). Volume 2. Elsevier, Pergamon Press. 1965, 518 p.
6. V.A.Ilyin and E.G.Pozyak. Fundamentals of mathematical analysis. Part 1. Mir Publishers, 1982. – 637 p.

7. V.A.Ilyin and E.G.Pozyak. Fundamentals of mathematical analysis. Part 2. Mir Publishers, 1982. – 438 p.
8. N.Piskunov. Differential and Integral calculus. Vol. 1, CBS Publishers & Distributors, 2021, 470 p.
9. N.Piskunov. Differential and Integral calculus. Vol. 2, CBS Publishers & Distributors, 2021, 572 p.
10. G.N.Berman. A problem book in mathematical analysis. MTG Learning Media (P) Ltd., New Delhi/Gurgaon, 2017, 490 p.
11. B.P.Demidovich. Problems in Mathematical Analysis. Gordon & B., 1969, 496 p.
12. R.Courant. Differential and Integral Calculus. Vol.1. Ishi press international, 2010, 612 p.
13. R.Courant. Differential and Integral Calculus. Vol. 2. Ishi press international, 2010, 682 p.
14. M.Tenenbaum, H.Pollard. Ordinary differential equations. Dover Publications Inc., 1985, 818 p.

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Тип навчального заняття	Опис навчального заняття
Тема 1. Вступ до математичного аналізу.		
1	Лекція №1. Означення множини, алгебра множин. Дії над множинами. Натуральний ряд. Математична індукція. Біном Ньютона.	Поняття функції як відображення множин. Образ і прообраз. Сюр'єкція, ін'єкція, бієкція. Еквівалентність множин. Скінченні та злічені множини. Дії над множинами. Діаграми Ейлера-Венна. Теорема про незліченність множини нескінченних десятих дробів. Потужність множин. Натуральний ряд. Математична індукція. Біном Ньютона. Завдання для СРС: п.6 №1
2	Практичне заняття №1. Математична індукція. Біном Ньютона. Злічені множини і незлічені множини. Дії над множинами. Діаграми Ейлера-Венна.	Математична індукція. Біном Ньютона. Доведення тотожностей і нерівностей методом математичної індукції. Злічені множини і незлічені множини. Дії над множинами. Діаграми Ейлера-Венна. Завдання для СРС: п.6 №2
3	Лекція №2. Поняття дійсних чисел та їхнє порівняння. Топологія числової прямої. Точні верхня і нижня грані множини. Повнота множини дійсних чисел.	Порівняння дійсних чисел через раціональні. Топологія числової прямої. Послідовність вкладених відрізків. Поняття неперервності множини дійсних чисел. Взаємно однозначна відповідність між множиною дійсних чисел і множиною точок числової прямої. Упорядковані і обмежені множини. Поняття точних верхньої та нижньої граней множини, їхні властивості. Теорема про існування точних граней обмеженої множини. Властивість повноти множини дійсних чисел. Теорема Дедекінда. Завдання для СРС: п.6 №3
4	Практичне заняття №2. Граничні точки. Точна верхня і точна нижня грані множини та їх обчислення. Техніка обчислення границь рекурентно заданої числової послідовності.	Граничні точки. Точна верхня і точна нижня грані множини та їх обчислення. Взаємно однозначна відповідність між множинами, його геометрична інтерпретація. Техніка обчислення границь рекурентно заданої числової послідовності. Приклад чисел Фібоначчі. Завд. для Завдання для СРС: п.6 №4
Тема 2. Числова послідовність та її границя.		
5	Лекція №3. Вступ до теорії числових послідовностей. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності. Найпростіші властивості збіжних послідовностей.	Означення числової послідовності. Загальний член послідовності. Різні способи задання числових послідовностей. Поняття та два означення границі числової послідовності. Обмежені і необмежені послідовності. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності. Теорема про єдиність границі. Теорема про необхідну умову збіжності послідовності. Найпростіші властивості збіжних послідовностей. Теорема про границю суми, різниці, добутку і частки. Теорема про «двох поліцейських». Завдання для СРС: п.6 №5
6	Практичне заняття №3. Дослідження монотонних послідовностей на збіжність. Обчислення границь за допомогою Теореми Штольця.	Дослідження монотонних послідовностей на збіжність. Приклад рекурентних послідовностей. Число e . Перехід до границі у нерівностях. Обчислення границь за допомогою Теореми Штольця. Завдання для СРС: п.6 №6
7	Лекція №4. Монотонні послідовності: означення, властивості, умови збіжності. Теорема про збіжність монотонної обмеженої послідовності.	Достатні умови збіжності монотонної послідовності. Основна Теорема про існування границі у монотонної обмеженої послідовності. Лема про вкладені відрізки. Означення системи відрізків, що «стягується». Число e . Застосування Основної Теореми до доведення існування границь монотонних послідовностей.

		Теорема Штольца та Зауваження до неї. Приклади застосування результатів Теорема Штольца Для СРС: застосувати Основну Теорему цієї лекції до доведення існування границі, пов'язаної з числом e . Завдання для СРС: п.6 №7
8	Практичне заняття №4. Підпослідовності. Поняття частинних границь. Практичне використання результатів теореми про частинні границі. Обчислення верхньої і нижньої границі послідовності.	Підпослідовності. Обчислення частинні границі. Практичне використання результатів теореми про частинні границі. Обчислення верхньої і нижньої границі послідовності. Завдання для СРС: п.6 №8
9	Лекція №5. Підпослідовності. Частинні границі. Теорема Больцано-Вейєрштраса. Теорема про частинні границі. Верхня і нижня границі послідовності.	Поняття і означення підпослідовності. Частинні границі. Теорема Больцано-Вейєрштраса про існування у обмеженої послідовності збіжної підпослідовності. Доведення у редакції Б.Больцано. Теорема про частинні границі $\bar{x} = \sup A$ і $\underline{x} = \inf A$. Означення верхньої і нижньої границь послідовності. Принцип Больцано-Вейєрштраса. Твердження про існування у довільної обмеженої послідовності $\{x_n\}$ верхньої і нижньої її границь. Необхідні і достатні умови збіжності послідовності. Зауваження про кількість частинних границь у обмеженої послідовності $\{x_n\}$. Завдання для СРС: п.6 №9
10	Практичне заняття №5. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші. Елементи комплексних чисел. Дії над комплексними числами. Послідовності з комплексними членами та обчислення їх границь.	Фундаментальні послідовності. Критерій Коші. Доведення збіжності послідовності за допомогою критерію Коші. Елементи комплексних чисел. Дії над комплексними числами. Формули Муавра і Ейлера. Послідовності з комплексними членами. Завдання для СРС: п.6 №10
11	Лекція №6. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші. Елементи комплексних чисел. Дії над комплексними числами. Формула Муавра. Формула Ейлера.	Означення та властивості фундаментальної послідовності. Теорема про обмеженість фундаментальної послідовності. Теорема (Критерій Коші). Необхідні і достатні умови збіжності довільної послідовності. Комплексні числа: загальні поняття і означення. Різні форми представлення комплексних чисел та дії над ними. Геометричне представлення комплексних чисел. Дії над комплексними числами, заданими в алгебраїчній формі. Особливості добування коренів з комплексних чисел. Формула Муавра. Формула Ейлера. Послідовності з комплексними членами. Критерій Коші та Теорема про границю суми (різниці), добутку і частки двох послідовностей з комплексними членами. Завдання для СРС: п.6 №11
12	Практичне заняття №6. Нескінченно великі та нескінченно малі функції. Порівняння нескінченно малих функцій. Перша та друга важливі границі, їхня практична цінність.	Нескінченно великі та нескінченно малі функції. Зв'язок між ними. Порівняння нескінченно малих функцій. Перша та друга важливі границі, їхня практична цінність. Завдання для СРС: п.6 №12
Тема 3. Функція однієї дійсної змінної та її границя. Техніка розкриття основних невизначеностей.		
13	Лекція №7. Функція однієї дійсної змінної та її границя. Нескінченно велика функція. Нескінченно малі функції та їхні властивості.	Функція: основні поняття та означення. Класифікація і графіки елементарних функцій. Основні властивості функцій. Три означення границі ФОЗ. Критерій Коші існування границі функції. Поняття односторонніх границь. Теорема про необхідні і достатні умови існування границі функції з використанням її односторонніх границь. Границя функції за $x \rightarrow \infty$. Нескінченно велика функція. Нескінченно малі функції та їхні властивості. Завдання для СРС: п.6 №13
14	Практичне заняття №7. Застосування першої та другої важливих границь для розкриття невизначеностей. Порівняння нескінченно малих функцій. Таблиця еквівалентностей.	Застосування першої та другої важливих границь для розкриття невизначеностей. Порівняння нескінченно малих функцій. Завдання для СРС: п.6 №14
15	Лекція №8. Основні теореми про границі. Перша та друга важливі	Основні теореми про границі. Теорема про границю проміжної функції. Перша важлива границя. Застосування першої важливої границі при розкритті невизначеностей. Друга важлива границя.

	границі. Порівняння нескінченно малих функцій.	Техніка використання другої важливої границі для розкриття невизначеностей. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентні нескінченно малі функції, їхні властивості. Теореми про еквівалентні нескінченно малі. Таблиця еквівалентностей. Техніка розкриття деяких невизначеностей. Завдання для СРС: п.6 №15
16	Практичне заняття №8. Техніка обчислення границь функцій. Розкриття невизначеностей різних типів.	Опанування техніки обчислення границь функцій. Розкриття невизначеностей різних типів. Перехід до двох класичних типів невизначеностей. Завдання для СРС: п.6 №16
Тема 4. Неперервність ФОЗ. Класифікація точок розриву. Властивості функцій, неперервних на відрізьку.		
17	Лекція №9. Неперервність функцій однієї дійсної змінної. Дії над неперервними функціями. Властивості функцій, неперервних на відрізьку. Дві Теореми Вейерштраса. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.	Поняття неперервності функції. Три означення неперервності функції в точці. Поняття односторонньої неперервності. Розривні функції. Класифікація точок розриву. Означення функцій, неперервних на інтервалі і на відрізьку. Дії над неперервними функціями. Неперервність елементарних функцій. Теорема про неперервність складених функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізьку. Дві Теореми Больцано-Коші. Геометричний зміст цих Теорем. Дві Теореми Вейерштраса. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора. Завдання для СРС: п.6 №17
18	Практичне заняття №9. На першій півпарі: Поняття неперервних функцій. Класифікація точок розриву. Техніка дослідження функцій на неперервність. Дослідження на рівномірну неперервність за означенням. На другій півпарі: перша частина МКР за темами № 1-4.	Неперервні функції. Основні типи розривів. Техніка дослідження функцій на неперервність. Рівномірна неперервність. Завдання для СРС: п.6 №18
Тема 5. Диференціальне числення ФОЗ. Практичне застосування похідної для дослідження ФОЗ.		
19	Лекція №10. Похідна: означення, механічний та геометричний зміст. Теорема про зв'язок між неперервністю і диференційовністю функції. Правила диференціювання ФОЗ.	Означення похідної функції. Практичні задачі, що приводять до поняття похідної: задача про швидкість матеріальної точки в процесі прямолінійного руху; задача про дотичну до кривої. Механічний, фізичний та геометричний зміст похідної. Поняття дотичної і піддотичної, нормалі і піднормалі до кривої. Кут між кривими. Односторонні похідні. Теорема про зв'язок між неперервністю і диференційовністю функції. Основні правила диференціювання функцій. Теорема про похідні суми, різниці, добутку і частки. Техніка диференціювання елементарних функцій за означенням. Похідні складеної та оберненої функцій. Геометричний зміст похідної оберненої функції. Техніка диференціювання обернених тригонометричних функцій. Завдання для СРС: п.6 №19
20	Практичне заняття №10. Поняття похідної, її механічний і геометричний зміст. Техніка диференціювання елементарних функцій за означенням. Похідні складеної та оберненої функцій.	Поняття похідної. Техніка диференціювання елементарних функцій за означенням. Поняття дотичної і піддотичної, нормалі і піднормалі до кривої. Швидкість прямолінійного руху матеріальної точки. Похідні складеної та оберненої функцій. Завдання для СРС: п.6 №20
21	Лекція №11. Диференціювання параметрично та неявно заданих функцій. Перший диференціал: поняття, властивості та застосування для наближених обчислень.	Особливості диференціювання параметрично заданої та неявно заданої функцій. Логарифмічне диференціювання та похідна показниково – степеневі функції. Таблиця похідних. Поняття першого диференціала: означення, властивості, геометричний та механічний зміст. Інваріантність форми першого диференціала. Застосування першого диференціала у наближених обчисленнях. Завдання для СРС: п.6 №21
22	Практичне заняття №11. Техніка диференціювання параметрично та неявно заданих функцій. Логарифмічне диференціювання та похідна показниково – степеневі	Техніка диференціювання параметрично та неявно заданих функцій. Логарифмічне диференціювання та похідна показниково – степеневі функцій. Застосування першого диференціала для наближених обчислень. Завдання для СРС: п.6 №22

	Застосування першого диференціала для наближених обчислень.	
23	Лекція №12. Основні «французькі теореми» диференціального числення. Похідні вищих порядків. Формула Лейбниція. Диференціали вищих порядків.	Теореми Ферма, Дарбу і Ролля, їх геометричний зміст. Теореми Лагранжа і Коші. Геометричний зміст Теореми Лагранжа. Формула Лагранжа, або формула скінчених приростів. Механічна інтерпретація Теореми Лагранжа. Похідні вищих порядків. Формула Лейбниція. Похідні вищих порядків неявно заданої функції. Похідні вищих порядків параметрично заданої функції. Диференціали вищих порядків. Завдання для СРС: п.6 №23
24	Практичне заняття №12. Обчислення похідних вищих порядків, їх геометричний і фізичний зміст. Техніка використання формули Лейбниція. Диференціали вищих порядків.	Обчислення похідних вищих порядків. Їх геометричний і фізичний зміст. Техніка використання формули Лейбниція. Диференціали вищих порядків (СРС). Завдання для СРС: п.6 №24
25	Лекція №13. Правило Лопіталя-Бернуллі. Формули Тейлора і Маклорена.	Обчислення границь за допомогою правила Лопіталя-Бернуллі. Техніка розкриття невизначеностей різних типів. Формула Тейлора та залишкові члени у різних формах. Формула Маклорена. Формули Тейлора, записані: а) через диференціали вищих порядків; б) для многочлена. Завдання для СРС: п.6 №25
26	Практичне заняття №13. Техніка застосування правила Лопіталя-Бернуллі до знаходження границь різних типів. Формули Тейлора і Маклорена для елементарних функцій і їх практична цінність..	Техніка застосування правила Лопіталя-Бернуллі до знаходження границь різних типів. Представлення елементарних функцій формулами Тейлора і Маклорена. Завдання для СРС: п.6 №26
27	Лекція №14. Монотонність функції. Локальний екстремум. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.	Поняття монотонності функції. Означення спадної і зростаючої функцій. Необхідні і достатні умови нестрогої монотонності функції. Достатня умова строгої монотонності функції. Схема знаходження інтервалів монотонності функції. Локальний екстремум функції. Необхідна і достатні умови існування локального екстремуму. Найбільше і найменше значення функції на відрізку. Техніка розв'язання практичних задач на екстремум. Приклади. Завдання для СРС: п.6 №27
28	Практичне заняття №14. Дослідження функцій на монотонність та локальний екстремум. Найбільше і найменше значення функції на відрізку. Опуклість-вгнутість кривої. Точки перегину. Асимптоти кривої.	Дослідження функцій на монотонність та локальний екстремум. Найбільше і найменше значення функції на відрізку. Встановлення інтервалів опуклості-вгнутості кривої. Знаходження точок перегину та асимптот кривої. Завдання для СРС: п.6 №28
29	Лекція №15. Опуклість-вгнутість кривої. Точки перегину. Асимптоти кривої. Повне дослідження функцій методами диференціального числення.	Три означення опуклості-вгнутості кривої. Інтервали опуклості і вгнутості кривої. Означення точки перегину. Достатні умови існування точки перегину. Схема знаходження точок перегину кривої. Асимптоти кривої, їх класифікація і методика знаходження. Повна схема дослідження функцій методами диференціального числення. Приклади з побудовою графіків. Завдання для СРС: п.6 №29
30	Практичне заняття №15. На першій півпарі: Повна схема дослідження функцій методами диференціального числення. Приклади з побудовою графіків. На другій півпарі: друга частина МКР за темою №5.	Повна схема дослідження функцій методами диференціального числення. Приклади з побудовою графіків. Завдання для СРС: п.6 №30
Розділ II. Інтегральне числення ФОЗ.		
Тема 6. Невизначені інтеграли. Техніка інтегрування невизначених інтегралів.		
31	Лекція №16. Первісна та невизначений інтеграл: означення, властивості, основні методи інтегрування.	Поняття первісної і невизначеного інтеграла. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця інтегралів. Таблиця диференціалів. Табличне інтегрування. Метод безпосереднього інтегрування. Заміна змінної: метод внесення функції під знак диференціала. Заміна змінної: метод винесення функції з-під знака диференціала. Метод інтегрування частинами. Завдання для СРС: п.6 №31

32	Практичне заняття №16. Інтегрування невизначеного інтеграла: безпосередньо за таблицею, методом заміни змінної та частинами.	Поняття невизначеного інтеграла. Інтегрування невизначеного інтеграла: безпосередньо за таблицею, методом заміни змінної та частинами. Завдання для СРС: п.6 №32
33	Лекція №17. Правильні і неправильні раціональні дроби. Техніка інтегрування правильних раціональних дробів. Інтегрування деяких ірраціональних і тригонометричних функцій. Тригонометричні підстановки. Підстановки Ейлера	Означення раціональної функції. Означення правильного і неправильного раціонального дробу. Основна Теорема про розклад правильного раціонального дробу на елементарні дроби. Основні методи розкладу правильного раціонального дробу на елементарні дроби: Техніка інтегрування правильного раціонального дробу. Техніка інтегрування деяких ірраціональних функцій. Заміна змінної як потужний метод раціоналізації підінтегральних ірраціональних функцій. Означення та інтегрування диференціальних біномів. Теорема Чебишева. Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка. Тригонометричні підстановки. Техніка використання тригонометричних підстановок (три типи). Підстановки Ейлера. Завдання для СРС: п.6 №33
34	Практичне заняття №17. Техніка інтегрування раціональних та ірраціональних і тригонометричних функцій.	Інтегрування раціональних та ірраціональних і тригонометричних функцій. Техніка використання тригонометричних підстановок (три типи). Підстановки Ейлера. Завдання для СРС: п.6 №34
Тема 7. Визначені інтеграли та їхнє практичне застосування в задачах геометрії і фізики.		
35	Лекція №18. Визначений інтеграл: означення, основні властивості, класи інтегровних функцій. Визначений інтеграл як функція змінної верхньої межі. Формула Ньютона – Лейбніца та інші методи обчислення визначеного інтеграла.	Формальне означення визначеного інтеграла. Поняття та техніка побудови інтегральної суми. Означення інтегровності функції. Геометричний і фізичний зміст визначеного інтеграла. Класи інтегровних функцій. Необхідна і достатні умови інтегровності функції. Зв'язок між неперервністю підінтегральної функції і її інтегровністю. Властивості визначеного інтеграла. Визначений інтеграл як функція своєї змінної верхньої межі. Формула Ньютона – Лейбніца. Подвійна підстановка. Зв'язок між визначеним і невизначеним інтегралами. Заміна змінної у визначеному інтегралі та її відмінності від заміни змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Завдання для СРС: п.6 №35
36	Практичне заняття №18. На першій півпарі: Техніка інтегрування визначеного інтеграла. Особливості його інтегрування методом заміни змінної. На другій півпарі: третя частина МКР за темами №6-8.	Техніка інтегрування визначеного інтеграла. Формула Ньютона – Лейбніца. Особливості його інтегрування методом заміни змінної. Метод інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Завдання для СРС: п.6 №36

6. Самостійна робота студента

Опанування навчального матеріалу з дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» ґрунтується на самопідготовці до аудиторних занять на теоретичні і практичні теми.

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин	Література
1	Підготовка до лекції 1. Застосування методу математичної індукції до доведення заданих співвідношень.	1	1, с. 13 - 27; 3, с. 5 - 34.
2	Підготовка до практичного заняття 1	0.5	3, с. 5 - 34
3	Підготовка до лекції 2. Вивчити властивості раціональних і дійсних чисел.	1	1, с. 28-41; 3, с. 5-34.
4	Підготовка до практичного заняття 2	0.5	3, с. 5 – 34.
5	Підготовка до лекції 3	1	1, с. 42-51; 3, с. 5-34.

6	Підготовка до практичного заняття 3	0.5	3, с. 5-34.
7	Підготовка до лекції 4	1	1, с. 52-62; 3, с. 5-34.
8	Підготовка до практичного заняття 4	0.5	3, с. 5-34.
9	Підготовка до лекції 5	1	1, с. 63-70; 3, с. 5-34.
10	Підготовка до практичного заняття 5	0.5	3, с. 5-34.
11	Підготовка до лекції 6	1	1, с. 71-83; 3, с. 5-34.
12	Підготовка до практичного заняття 6	0.5	3, с. 5-34.
13	Підготовка до лекції 7	1	1, с. 84-103; 3, с. 5-34.
14	Підготовка до практичного заняття 7	0.5	3, с. 5-34.
15	Підготовка до лекції 8	1	1, с. 104-117; 3, с. 5-34.
16	Підготовка до практичного заняття 8	0.5	3, с. 5-34.
17	Підготовка до лекції 9	1	1, с. 118-136; 3, с. 35-64.
18	Підготовка до практичного заняття 9	0.5	3, с. 5-34.
19	Підготовка до лекції 10	1	1, с. 137 – 157 3, с. 35-64.
20	Підготовка до практичного заняття 10	0.5	3, с. 35-64.
21	Підготовка до лекції 11	1	1, с. 157 - 167; 3, с. 35-64.
22	Підготовка до практичного заняття 11	0.5	3, с. 35-64.
23	Підготовка до лекції 12	1	1, с. 168 - 182; 3, с. 35-64.
24	Підготовка до практичного заняття 12	0.5	3, с. 35-64.
25	Підготовка до лекції 13	1	1, с.183 - 195]; 3, с. 35-64.
26	Підготовка до практичного заняття 13	0.5	3, с. 35-64.
27	Підготовка до лекції 14	1	1, с. 196 - 207; 3, с. 35-64.
28	Підготовка до практичного заняття 14	0.5	3, с. 35-64.
29	Підготовка до лекції 15	1	1, с. 208 - 217; 3, с. 35-64.
30	Підготовка до практичного заняття 15	0.5	3, с. 35-64.
31	Підготовка до лекції 16	1	1, с. 218 - 233; 3, с. 65-79.
32	Підготовка до практичного заняття 16	0.5	3, с. 65-79.
33	Підготовка до лекції 17	1	1, с. 234 - 248; 3, с. 65-79.
34	Підготовка до практичного заняття 17	0.5	3, с. 65-79.
35	Підготовка до лекції 18	1	1, с. 261 - 272; 3, с. 65-79.
36	Підготовка до практичного заняття 18	0.5	3, с. 65-79.

37	<i>Застосування визначеного інтеграла в геометричних і фізичних задачах. Обчислення площ плоских фігур у прямокутних декартових координатах. Обчислення площ плоских фігур, обмежених кривими, які задані у полярній системі координат. Обчислення довжин дуг плоских кривих. Обчислення об'ємів тіл. Обчислення площ поверхонь обертання. Обчислення роботи, яку здійснює змінна сила при переміщенні матеріальної точки. Обчислення сили тиску рідини на занурену в неї вертикальну стінку (пластину). Обчислення центра мас неоднорідного стержня.</i>	4	1, с. 283 – 307; 3, с. 65-79.
38	<i>Невласні інтеграли першого і другого роду, зв'язок між ними. Поняття невластних інтегралів першого роду і другого роду. Геометричний зміст невластних інтегралів. Збіжність – розбіжність невластних інтегралів. Критерій Коші. Зв'язок між невластними інтегралами першого і другого роду. Найпростіші ознаки збіжності: ознака порівняння за нерівністю та гранична порівняльна ознака. Тестові інтеграли. Поняття абсолютної і умовної збіжності невластних інтегралів. Теорема про необхідні і достатні умови збіжності невластних інтегралів. Ознака Діріхле. Поняття головного значення невластних інтегралів першого роду.</i>	4	1, с. 308 - 326; 3, с. 65-79.
39	Підготовка до МКР	5	1-3
40	Підготовка до РГР	8	1-3
41	Підготовка до екзамену	30	1-3

Політика і контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- 1. Загальна політика** викладання дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» націлена на самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); обов'язкове коректне посилання на джерела інформації у разі використання чужих ідей, розробок, тверджень, технологій; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень, технології і джерела інформації.
- 2. Політика щодо відвідування.** В звичайному режимі навчання відвідування як лекційних, так і практичних занять є обов'язковим компонентом оцінювання. За тривалих форс-мажорних обставин (військові дії, пандемії, міжнародне стажування) навчання може проводитись в дистанційній формі. Відсутність на аудиторному занятті в такому разі не передбачає нарахування штрафних балів, оскільки фінальний рейтинговий бал студента формується виключно під час складання підсумкового контролю. Разом з тим, самостійне виконання модульних контрольних робіт та захист індивідуальних тематичних завдань, а також виступи (доповіді) на колоквиумах і активна робота на практичних заняттях оцінюватимуться під час аудиторних занять.
- 3. Політика щодо відпрацювання та перескладання контрольних заходів оцінювання.** Згідно положення «Положення про поточний, календарний та семестровий контроль результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського (<https://kpi.ua/files/n3277.pdf>) кожен студент має право відпрацювати пропущені з поважної причини заняття та контрольні заходи оцінювання (лікарняний, мобільність тощо) за рахунок самостійної роботи.
- 4. Процедура оскарження результатів контрольних заходів оцінювання.** Згідно «Положення про вирішення конфліктних ситуацій в «КПІ ім. Ігоря Сікорського» (<https://osvita.kpi.ua/node/169>) студенти мають право аргументовано оскаржити результати контрольних заходів, пояснивши з яким критерієм не погоджуються

відповідно до оціночного. Студент може підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

5. **Академічна доброчесність.** Політика та принципи академічної доброчесності регулюються нормами, викладеними у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «КПІ імені Ігоря Сікорського» (<https://kpi.ua/code>).
6. **Норми етичної поведінки.** Норми етичної поведінки студентів і науково-педагогічних працівників регулюються положеннями, викладеними у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «КПІ імені Ігоря Сікорського» (<https://kpi.ua/code>).
7. **Інклюзивне навчання.** Засвоєння знань та умінь в ході вивчення дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» є доступним для більшості осіб з особливими освітніми потребами, окрім здобувачів з серйозними вадами зору, які не дозволяють виконувати завдання за допомогою персональних комп'ютерів, ноутбуків та/або інших технічних засобів.
8. **Календарний контроль** проводиться з метою підвищення якості навчання студентів та моніторингу виконання студентом вимог Силабусу. Детальніше: Розділ 3 «Положення про поточний, календарний та семестровий контроль результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського» (<https://kpi.ua/files/n3277.pdf>).
9. **Навчання іноземною мовою.** У процесі опанування лекційного матеріалу та виконання практичних завдань з дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» студентам рекомендується звертатися до англомовних джерел.
10. **Призначення заохочувальних та штрафних балів.** Відповідно до «Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського» сума всіх заохочувальних балів не може перевищувати 10% рейтингової шкали оцінювання (<https://osvita.kpi.ua/node/37>). Правила призначення **заохочувальних та штрафних балів** є наступними.

Заохочувальні бали нараховуються за: а) написання тез, статей, оформлення нової математичної задачі/технології як наукової роботи для участі у конкурсі студентських наукових робіт (за тематикою навчальної дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної») – до 2 балів; б) участь у міжнародних або всеукраїнських заходах та конкурсах (за тематикою навчальної дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної») – до 3 балів.

Штрафні бали нараховуються за порушення принципів академічної доброчесності (несамостійне виконання МКР та РГР, списування під час екзамену): - 5 балів за кожне порушення (спробу плагіату).

Самоперевірка, підготовка до практичних занять, виконання індивідуальних завдань та контрольних заходів здійснюється під час самостійної роботи студентів з можливістю консультування з викладачем у визначений час консультацій або за допомогою електронного листування (електронна пошта, месенджери).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» складається з:

- 1) балів за індивідуальну розрахунково-графічну роботу (РГР),
- 2) балів за інтегральну модульну контрольну роботу (МКР),
- 3) балів за відповідь на екзамені,
- 4) заохочувальних балів,
- 5) штрафних балів.

РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ (PCO)

9.1. Бали за виконання та захист індивідуальної РГР.

Протягом кожного семестру студенти виконують 1 індивідуальну РГР, яка розділена по трьох тематичних розділах: теми №1-4, тема №5 і теми №6-8.

Максимальна кількість балів за семестрову індивідуальну РГР: 30 балів (сумарно).

Бали нараховуються за:

- *якість виконання* (за індивідуальну РГР): 0-12 бали;
- *відповідь під час захисту* (за індивідуальну РГР): 0-12 бали;
- *своєчасне представлення роботи до захисту*: 0-6 бали.

Критерії оцінювання якості виконання:

- 12 балів – *робота виконана якісно, в повному обсязі;*
- 9-11 балів – *робота виконана якісно, в повному обсязі, але має недоліки;*
- 6-8 балів – *робота виконана в повному обсязі, але містить незначні помилки;*
- 0-5 балів – *робота виконана не в повному обсязі, або містить суттєві помилки.*

Критерії оцінювання якості відповіді:

- 12 балів – *відповідь повна, добре аргументована;*
- 9-11 балів – *в цілому відповідь вірна, але має недоліки або незначні помилки;*
- 6-8 балів – *у відповіді є суттєві помилки;*
- 0-5 балів – *немає відповіді або відповідь невірна.*

Критерії оцінювання своєчасності представлення роботи до захисту:

6 балів – робота представлена до захисту не пізніше вказаного терміну;

2 балів – робота представлена до захисту на 1 тиждень пізніше вказаного терміну;

0 балів – робота представлена до захисту більше, ніж на 1 тиждень пізніше вказаного терміну.

Максимальна кількість балів за виконання та захист семестрової індивідуальної РГР: 12+12+6=30 балів (сумарно за три тематичні розділи).

9.2. Бали за виконання семестрової інтегральної модульної контрольної роботи.

Протягом семестру студенти виконують одну семестрову інтегральну модульну контрольну роботу (МКР), розділену по тематичних розділах на три однакові за балами та за часом частини; всі завдання письмові, серед яких одне теоретичне та три практичних.

Максимальна сумарна кількість балів за семестрову МКР – 20 балів.

Критерії оцінювання письмових завдань інтегральної МКР:

20 балів – розв'язання завдань МКР абсолютно вірне;

18 балів – розв'язання переважної більшості завдань вірне, але в 10% завдань є несуттєві помилки;

16 балів – розв'язання більшості завдань вірне, але в 20% завдань є помилки;

10-11 балів – розв'язання половини завдань вірне, але у 50% завдань є суттєві помилки;

5-6 балів – розв'язання 20% завдань вірне, але у 80% завдань є суттєві помилки;

1-3 бали – розв'язання 10% завдань вірне, але у 90% завдань є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь на 100% невірна.

Семестрова складова рейтингової шкали $R_C = R_{РГР} + R_{МКР} = 30+20$ балів = 50 балів.

9.3. Робота на практичних заняттях.

Відповіді. Ваговий бал – 1,33. Максимальна кількість балів за відповіді на всіх практичних заняттях дорівнює: $1,33 \times 3 = 4,0$ бали.

9.4. Штрафні бали.

Штрафні бали нараховуються за:

- академічна недоброчесність (плагиат, несамотійне виконання МКР, РГР тощо) - 5 балів за одну спробу.

9.5. Бали за відповіді на екзамені

Екзаменаційний білет складається з 6 питань – 1 теоретичне та 5 практичних. Відповідь на теоретичне запитання оцінюється 10 балами, а відповідь на кожне практичне запитання оцінюється 8 балами.

Критерії оцінювання теоретичного запитання екзаменаційної роботи:

10 балів – відповідь вірна, повна, добре аргументована;

8-9 балів – відповідь вірна, розгорнута, але не дуже добре аргументована;

6-7 балів – в цілому відповідь вірна, але має недоліки;

4-5 балів – у відповіді є незначні помилки;

1-3 бали – у відповіді є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь невірна.

Критерії оцінювання практичного запитання екзаменаційної роботи:

8 балів – відповідь вірна, розрахунки виконані у повному обсязі;

6-7 бала – відповідь вірна, але не дуже добре підкріплена розрахунками;

5 бала – в цілому відповідь вірна, але має недоліки;

3-4 бали – у відповіді є незначні помилки;

1-2 бали – у відповіді є суттєві помилки;

0 балів – немає відповіді або відповідь невірна.

Максимальна кількість балів за відповідь на іспиті:

$R_E = 10$ балів \times 1 теоретичне запитання + 8 балів \times 5 практичних завдань = 50 балів.

9.6. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Семестрова складова рейтингової шкали $R_C = 50$ балів, вона визначається як сума додатних балів, отриманих за виконання інтегральної модульної контрольної роботи, за виконання та захист індивідуальної РГР та від'ємних штрафних балів.

Екзаменаційна складова рейтингової шкали дорівнює: $R_E = 50$ балів.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює: $R = R_C + R_E = 100$ балів.

9.7. Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу:

На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **10 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до першої атестації).

На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **20 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до другої атестації).

9.8. Умова допуску до екзамену та визначення оцінки

Необхідною умовою допуску студента до екзамену є виконання і захист всіх індивідуальних робіт та семестровий рейтинг студента не менше 60 % від R_C , тобто не менше **30 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента R визначається як сума семестрового рейтингу студента R_C та балів R_E , отриманих на екзамені. Оцінка виставляється відповідно до значення R згідно з табл. 1.

Таблиця 1

Сумарний рейтинг RD	Оцінка
95-100	відмінно
85-94	дуже добре
75-84	добре
65-74	задовільно
60-64	достатньо
$R \leq 59$	незадовільно
$R_C < 30$ або не виконані (не захищені) всі види робіт.	не допущений

9.9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Примірник типових екзаменаційних білетів, які виносяться на семестровий контроль, наведено у Додатку 1.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено д.т.н., проф., Легеза В.П.

Ухвалено кафедрою ПЗКС (протокол № 12 від 26.04.2023 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 10 від 26.05.2023 р.)

**ТИПОВИЙ ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ
З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ-1»
ДЛЯ СЕМЕСТРОВОГО КОНТРОЛЮ (ПЕРШИЙ СЕМЕСТР)**

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КПІ» ім. І.Сікорського			
ОКР Бакалавр Спеціальність 121 «Інженерія програмного забезпечення»	Кафедра Програмного забезпечення комп'ютерних систем 2022 – 2023 навч. рік	ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1 з навчальної дисципліни МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ-1 1-й семестр	Затверджую Зав. кафедри ПЗКС _____ (підпис) д.т.н., доц. Є.С.Сулема Прот. №13 від 22.06.2022р.
<i>Екзаменаційні теоретичні запитання</i>			
1. Th Штольця (Основна Th із доведенням, Зауваження – без доведення). Приклад застосування Th Штольця.			
<i>Практичні завдання різних типів</i>			
2. Знайти границю послідовності: $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\left(x + \frac{1 \cdot 5}{n} \right)^3 + \left(x + \frac{2 \cdot 5}{n} \right)^3 + \dots + \left(x + \frac{5(n-1)}{n} \right)^3 \right]$.			
3. У лівому фокусі еліпса $x^2/6 + y^2/5 = 1$ лежить вершина рівнобедреного трикутника. В якій точці осі OX потрібно провести основу цього трикутника паралельно осі OY , щоб площа його була найбільшою? Зробити малюнок.			
4. Знайти границю функції: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} e^{-x^2} dx}{\int_{2x}^{x^2} e^{-x} \cos(x^2) dx}$.			
5. Знайти об'єм тіла, обмеженого однопорожнинним гіперболоїдом $z^2/9 + y^2/16 - x^2 = 1$, еліптичним конусом $(x-3)^2 = y^2/16 + z^2/9$ і площиною $x = 0$ (тіло всередині гіперболоїда). Зробити малюнок..			
6. Яку роботу треба виконати при побудові правильної чотирикутної піраміди, якщо висота піраміди H , сторона основи a , густина будівельного матеріалу γ ?			

Лектор навчальної дисципліни, проф. _____ **В.П.Легеца**