Дичка И.А., Жабина В.В.

МЕТОД ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ФУНКЦИЙ В НЕАВТОНОМНОМ РЕЖИМЕ

Национальный технический университет Украины "КПИ", г. Киев,
dychka@scs.ntu-kpi.kiev.ua; val_zhabina@mail.ru

При реализации последовательно-параллельных алгоритмов в вычислительных системах можно выделить последовательность операций которые нельзя распараллелить ввиду их зависимости по данным. Следующую операцию в цепочке можно начать выполнять только после получения результата предыдущей операции. Аналогичная ситуация возникает при реализации итерационных вычислительных процессов, когда на очередном шаге вычислений используется результат, по крайней мере, одного предыдущего шага.

Для ускорения вычислений в данном случае может быть использован метод неавтономного вычисления цепочки зависимых операций в режиме частичного совмещения. Зависимые операции, принадлежащие критическому пути на графе алгоритма, выполняются в цепочке операционных устройств, между которыми данные передаются поразрядно [1]. В каждом устройстве реализован метод выполнения операции, позволяющий на каждом шаге совмещать во времени ввод операндов, их обработку и выдачу одного разряда результата в следующее устройство. При таком режиме вычислений следующая операция начинает выполняться сразу после получения первого разряда предыдущей операции. За счет этого обеспечивается частичное совмещение зависимых операций, что создает предпосылки для ускорения вычислений [2].

Современные методы проектирования вычислительных систем на основе ПЛИС позволяют на одной микросхеме создавать композицию устройств переработки информации, что дает возможность выполнять одновременно операции над многими операндами. Наличие в составе ПЛИС блоков памяти дает возможность для ускорения вычисления функциональных зависимостей использовать таблицы функций. Известны методы неавтономного воспроизведения функций с использованием таблиц для симметричных систем счисления с цифрами {-m,…,-1,0,1,…,m} [3]. Однако наличие цифр с отрицательными знаками приводит к расширению разрядной сетки для представления промежуточных результатов и к увеличению объема аппаратуры [4]. Устранение указанных недостатков является актуальной задачей, решение которой позволит повысит эффективность неавтономных вычислений.

В работе предлагается таблично-алгоритмический метод, который обеспечивает воспроизведение функций $Y = f(X)$ в смещенных системах счисления с различными основаниями.

Аргумент и функция представлены в избыточной смещенной системе счисления в виде:

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i k^{-i}\ ,\ Y = \sum_{i=1}^{n} y_i k^{-i}\ ,$$

где $x_i, y_i \in \{\overline{0,m}\}$ - цифры; k - основание системы счисления. Соотношение $k \le m$ определяет избыточность системы.

На каждом шаге вычислений значение Y_i выбирается из условия

$$Y_i \le k^{-p} f(X_i) < Y_i + k^{-i}\ , \qquad (1)$$

где нижний индекс показывает число разрядов в кодах функции и аргумента.

Для обеспечения сходимости вычислительного процесса и одинаковой формы представления аргумента и функции вводится задержка формирования результата на p шагов.

Алгоритм вычисления цифры результата на $(i+1)-$м шаге сводится к вычислению промежуточной переменной

$$H_{i+1} = kR_i + k^{-p}\Delta_{i+1}\ , \qquad (2)$$

где Δ_{i+1} - табличное значение приращения функции. Начальным является значение $R_0 = 0$.

В соответствии с формулой (2) находится H_i. Целая часть H_i является очередной цифрой результата, то есть $y_i = \mathrm{ent}\ H_i$, а сдвинутая влево на один разряд дробная часть используется на следующем шаге в качестве R_{i+1}.

Получено соотношение

$$k^{-p} \le \frac{m-k+1}{\Delta_{\max}}\ ,$$

которое дает возможность определить значение задержки p, если известно максимальное значение приращения функции $\Delta_{\max}$ в области ее определения, или позволяет определить диапазон изменения цифр избыточной системы, то есть максимальное значение m, при заданном значении p.

Таким образом, подбором значений p и m можно обеспечить выполнение условия (1) на каждом шаге вычисления функции, что гарантирует получение результата с заданной погрешностью.

Показано, что система счисления обязательно должна быть избыточной ($m \geq k$), а задержка формирования разрядов результата не может быть меньше единицы

Когда формирование приращений функции на каждом шаге нельзя вычислить аналитическим путем или это приводит к большим затратам времени, целесообразно использовать таблицу приращений, хранящуюся в памяти.

Таблица формируется следующим образом.

1. Строится ярусно-параллельный граф перехода значений аргумента, состоящий из $n+1$ яруса (включая 0-й). Каждая вершина графа i-го яруса соединяется дугами с $m+1$ вершиной $(i+1)$-го яруса в соответствии со значениями цифр аргумента $x_i \in \{\overline{0,m}\}$, которые приписываются указанным дугам. Каждая вершина имеет обозначение G_j^i, где $i \in (\overline{0,n})$ - номер яруса, а $j \in \{\overline{0,k^i-1}\}$ - номер вершины на i-м ярусе.

2. Каждой вершине n-го яруса присваивается вес $G_j^n = k^n Y'(X_n)$.

3. Для ярусов с номерами $i < n$ веса вершин определяются по формулам

$$G_j^i = \mathrm{ent}\left[\frac{\min(G_{j\cdot(m+1)+r}^{i+1} \mid r = 0,1,\ldots,m)}{k}\right], i = (n-1),(n-2),\ldots,0.$$

4. Для каждой дуги графа, соединяющей вершину G_j^i с вершиной G_q^{i+1}, определяется приращение

$$\Delta(G_j^i, G_q^{i+1}) = G_q^{i+1} - kG_j^i.$$

Приращениям i-го яруса придается вес k^{-i}.

Для аппаратной реализации целесообразно использовать основание системы, равное 2^g $(g = 1,2,3\ldots)$. В этом случае могут применяться обычные двоичные аппаратные компоненты (сумматоры, регистры и т.д.), а умножение на величину основания заменяется сдвигом.

Предложенный таблично-алгоритмический метод воспроизведения функций позволяет совмещать процессы поразрядного ввода аргумента и поразрядного формирования результата в смещенной избыточной системе счисления. Это дает возможность использовать метод для неавтономного выполнения зависимых операций в режиме совмещения, когда другие операции в цепочке выполняются также в смещенной системе счисления.

По сравнению с методами, использующими симметричные системы счисления, в данном случае упрощается аппаратная реализация и уменьшается время вычислений поскольку нет необходимости работать с отрицательными приращениями. На практике широко применяются вычислительные методы, например, численного интегрирования, цифровой обработки сигналов, вычислении полиномов, которые в ряде случаев могут быть реализованы в смещенных системах счисления.

Благодаря поразрядной передаче информации уменьшается число связей между компонентами системы по сравнению с использованием методов параллельной арифметики. Это особенно важно при реализации систем на ПЛИС, поскольку повышает надежность систем и более экономично использует ресурсы интегральных схем.

1. Жабин В.И., Корнейчук В.И., Тарасенко В.П. Некоторые машинные методы вычисления рациональных функций многих аргументов // Автоматика и телемеханика. – 1977. – №12. – С. 145-154.
2. Жабин В.И., Корнейчук В.И., Тарасенко В.П. Методы быстрого неавтономного воспроизведения функций // Управляющие системы и машины. – 1977. – № 3. – С. 96-101.
3. Жабин В.И., Корнейчук В.И., Тарасенко В.П. Построение быстродействующих специализированных вычислителей для реализации многоместных выражений // Автоматика и вычислительная техника. – 1981. – №6. – С. 18-22.
4. Дичка И.А., Жабина В.В. Совмещение зависимых операций на уровне обработки разрядов операндов // Искусственный интеллект. – 2008. – №3. – С. 649-654.